

## Элементарная геометрия

- ЗАДАЧА 10.1.72.** В треугольнике ABC:  $\angle BAC = 30^\circ$ . Определить сторону BC, если  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AC = 1$ .
- ЗАДАЧА 10.1.70.** Площадь треугольника ABC равна  $12 \text{ см}^2$ . Найти длину стороны AB, если  $AC = 5 \text{ см}$ ,  $BC = 6 \text{ см}$  и угол C тупой.
- ЗАДАЧА 10.1.37.** В треугольнике ABC величина угла C равна  $60^\circ$ , а длина стороны  $AB = \sqrt{31}$ . На стороне AC отложен отрезок  $AD = 3$ . Найти длину BC, если  $BD = 2\sqrt{7}$ .
- ЗАДАЧА 10.1.33.** В треугольнике ABC высота AD на 4 см меньше стороны BC. Сторона AC равна 5 см. Найти периметр треугольника ABC если его площадь равна  $16 \text{ см}^2$ .
- ЗАДАЧА 10.1.31.** В треугольнике ABC даны длины трех сторон BC, AC и AB, равные соответственно числам 41, 51 и 58. Вычислить площадь этого треугольника и длину высоты, опущенной из вершины B.

## Медианы

- ЗАДАЧА 10.1.2.** Основание треугольника равно 26 см. Медианы боковых сторон равны 30 см и 39 см. Найти площадь треугольника.
- ЗАДАЧА 10.1.29.** Одна сторона треугольника равна a, другая — b. Найти третью сторону, если известно, что она равна медиане, проведенной к ней.
- ЗАДАЧА 10.1.15.** В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна медиане BN. Найти площадь треугольника ABC, если длина AM равна 3, а длина BN равна 4.
- ЗАДАЧА 10.1.1.** Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.
- ЗАДАЧА 10.1.21.** В треугольнике ABC медианы AD и BE пересекаются под прямым углом,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ . Найти сторону AB этого треугольника.
- ЗАДАЧА 10.1.3.** Медианы треугольника равны 3 см, 4 см, 5 см. Найти площадь треугольника.
- ЗАДАЧА 10.1.4.** Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам —  $3\sqrt{7}$  и  $6\sqrt{7}$ . Найти боковые стороны треугольника.
- ЗАДАЧА 10.1.20.** Определить площадь треугольника, если две его стороны равны 1 и  $\sqrt{13}$ , а медиана третьей стороны равна 2.
- ЗАДАЧА 10.1.67.** Площадь треугольника ABC равна 12. Из вершин тупого угла B проведена медиана BD, длина которой равна 3. Найти сторону AC, если угол ABD — прямой.
- ЗАДАЧА 10.2.15.** Основание равнобедренного треугольника  $\sqrt{32}$ , медиана боковой стороны 5. Найти длины боковых сторон.
- ЗАДАЧА 10.2.29.** Длина основания равнобедренного треугольника равна 10, а его площадь 60. Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.
- ЗАДАЧА 10.2.31.** В равнобедренном треугольнике длина боковой стороны равна  $4\sqrt{10}$ , а длина медианы, проведенной к боковой стороне, равна  $3\sqrt{10}$ . Найти длину основания треугольника.
- ЗАДАЧА 10.2.51.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 6 см. а медиана боковой стороны 5 см. Найти длину основания.
- ЗАДАЧА 10.2.54.** В равнобедренном треугольнике основание равно  $\sqrt{84}$ , угол при основании равен  $30^\circ$ . Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.
- ЗАДАЧА 10.2.56.** Медиана, проведенная к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на части длиной 15 и 6. Найти длину боковой стороны.
- ЗАДАЧА 10.3.1.** Медианы прямоугольного треугольника, проведенные к катетам, относятся как  $\sqrt{2} : 1$ . Найти углы треугольника.
- ЗАДАЧА 10.3.36.** В прямоугольном треугольнике медианы острых углов равны  $\sqrt{89}$  и  $\sqrt{156}$ . Найти длину гипотенузы.
- ЗАДАЧА 10.1.32.** Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведенной к третьей стороне, равна 26. Найти высоту треугольника, проведенную к стороне длиной 27.
- ЗАДАЧА 10.1.18.** В остроугольном треугольнике ABC длины медиан BM и CN и высоты AN равны соответственно 4, 5 и 6. Найти площадь треугольника.

## Биссектрисы

**ЗАДАЧА 10.1.40.** Дан треугольник  $ABC$ , в котором угол  $B$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ . Биссектриса угла  $B$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Определить площадь треугольника  $ABD$ .

**ЗАДАЧА 10.1.41.** Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $AC = 5$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 7$ . Биссектриса угла  $C$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $D$ . Определить площадь треугольника  $ADC$ .

**ЗАДАЧА 10.1.7.** Определить площадь треугольника, если две его стороны равны  $35$  см и  $14$  см, а биссектриса угла между ними содержит  $12$  см.

**ЗАДАЧА 10.1.49.** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $BE$ , которую центр  $O$  вписанной окружности делит в отношении  $BO : OE = 2$ . Найти  $AB$ , если  $AC = 7$ ,  $BC = 8$ .

**ЗАДАЧА 10.1.61.** Дан треугольник со сторонами  $4$ ,  $8$ ,  $9$ . Найти длину биссектрисы, проведенной к большей стороне.

**ЗАДАЧА 10.3.29.** В прямоугольном треугольнике катет равен  $24$  см, а гипотенуза —  $25$  см. Найти биссектрису треугольника, проведенную из вершины меньшего угла.

**ЗАДАЧА 10.3.39.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$  биссектриса угла  $A$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $D$ . Известно, что  $BD = 4$ ,  $DC = 6$ . Определить площадь треугольника  $ADC$ .

## Высоты

**ЗАДАЧА 10.1.19.** В треугольнике основание равно  $6$  см, а высоты, опущенные на боковые стороны —  $2$  см и  $2\sqrt{3}$  см. Найти боковые стороны треугольника.

**ЗАДАЧА 10.1.39.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AD$  и  $CE$ , причем длина  $AD$  равна  $5$  см, длина  $CE$  равна  $3$  см, а угол между  $AD$  и  $CE$  равен  $60^\circ$ . Найти длину стороны  $AC$ .

**ЗАДАЧА 10.1.48.** В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AE$  и  $CD$ . Найти  $AB$ , если  $BD = 18$ ,  $BC = 30$ ,  $AE = 20$ .

**ЗАДАЧА 10.2.1.** Высота  $AD$ , опущенная на боковую сторону  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ , делит его на треугольники  $ABD$  и  $ADC$  площадью  $4\text{ см}^2$  и  $2\text{ см}^2$  соответственно. Найти стороны треугольника, если  $AC$  — его основание.

**ЗАДАЧА 10.2.11.** В равнобедренном треугольнике длина основания равна  $30$  см, длина высоты, проведенной к основанию, —  $20$  см. Определить длину высоты, проведенной к боковой стороне.

**ЗАДАЧА 10.2.16.** В равнобедренном треугольнике высота равна  $8$ , а основание относится к боковой стороне как  $6 : 5$ . Найти радиус вписанного круга.

**ЗАДАЧА 10.2.35.** В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание, равна  $5$ , а высота, опущенная на боковую сторону, равна  $6$ . Найти площадь треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.36.** Найти площадь равнобедренного треугольника, если высота, опущенная на основание, равна  $10$ , а высота, опущенная на боковую сторону, равна  $12$ .

**ЗАДАЧА 10.2.43.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  основание  $AC$  равно  $6$  см, а высота, опущенная на основание, равна  $4$  см. Найти периметр треугольника  $CDB$ , где  $CD$  — высота, опущенная на боковую сторону.

**ЗАДАЧА 10.2.58.** В равнобедренном треугольнике длина боковой стороны равна  $5$ , а длина высоты, опущенной на основание, равна  $4$ . Найти длину основания.

**ЗАДАЧА 10.2.28.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с вершиной в точке  $B$  основание высоты  $AD$  делит сторону  $BC$  так, что  $BD : DC = \sqrt{2} : (2 - \sqrt{2})$ . Найти углы треугольника.

## Теорема Фалеса

**ЗАДАЧА 10.1.23.** Точка  $N$  лежит на стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ , точка  $M$  — на продолжении стороны  $AC$  за точку  $A$ , при этом  $AM = AC$ ,  $BN : NC = 3 : 4$ . В каком отношении прямая  $MN$  делит сторону  $AB$ ?

**ЗАДАЧА 10.1.42.** На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $K$  и  $N$  так, что  $CK : KA = 2 : 3$ ,  $CN : NB = 4 : 3$ . В каком отношении точка пересечения отрезков  $AN$  и  $BK$  делит отрезок  $KB$ ?

**ЗАДАЧА 10.1.43.** Точка  $N$  делит сторону  $RQ$  треугольника  $RPQ$  в отношении  $RN : NQ = 2 : 7$ ; точка  $F$  делит сторону  $RP$  в отношении  $RF : FP = 3 : 1$ . Прямые  $QF$  и  $PN$  пересекаются в точке  $M$ . Найти длину  $MN$ , если  $PM = 12$ .

**ЗАДАЧА 10.1.44.** Точки F и N делят стороны треугольника ABC в отношении  $FA : FC = 3 : 1$  и  $CN : NB = 2 : 3$ . Прямые AN и BF пересекаются в точке M. Найти отношение площадей треугольников AMB и ANB.

**ЗАДАЧА 10.2.17.** Вершины B и C при основании равнобедренного треугольника ABC соединены с серединой M его высоты, проведенной из вершины A. Эти прямые пересекают боковые стороны AC и AB треугольника в точках D и E соответственно. Найти площадь четырехугольника AEMD, если площадь треугольника ABC равна 93.

**ЗАДАЧА 10.2.20.** Найти углы равнобедренного треугольника, у которого точка пересечения высот делит пополам высоту, проведенную к основанию.

**ЗАДАЧА 10.2.21.** Прямая делит пополам основание AB равнобедренного треугольника ABC с боковой стороной 3 и отсекает на лучах CA и CB отрезки CM и CN соответственно. Найти длину CM, если длина CN равна 2.

**ЗАДАЧА 10.2.45.** Вершины B и C основания равнобедренного треугольника ABC соединены в точке M с серединой высоты, опущенной из вершины A на основание BC. Продолжение отрезка BM пересекает сторону AC в точке D, а продолжение отрезка CM пересекает сторону AB в точке E. Найти площадь треугольника BMA, если площадь четырехугольника AEMD равна 16.

**ЗАДАЧА 10.2.12.** Вершины правильного треугольника лежат на трех параллельных прямых, причем внутренняя прямая находится на расстоянии  $\sqrt{21}$  и  $\sqrt{84}$  от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

## Подобие

**ЗАДАЧА 10.1.22.** Основание треугольника равно a. Найти длину отрезка прямой, параллельной основанию и делящей площадь треугольника пополам.

**ЗАДАЧА 10.1.36.** В треугольнике с основанием 15 см проведен отрезок, параллельный основанию. Площадь полученной трапеции составляет 75% площади треугольника. Найти длину этого отрезка.

**ЗАДАЧА 10.1.12.** В треугольник со сторонами 10 см, 17 см и 21 см вписан прямоугольник с периметром 24 см так, что одна его сторона лежит на большей стороне треугольника. Найти стороны прямоугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.13.** Найти длину стороны квадрата, вписанного в равнобедренный треугольник с основанием a и боковой стороной b так, что две его вершины лежат на основании, а две другие вершины — на боковых сторонах.

**ЗАДАЧА 10.3.45.** Окружность, центр которой лежит на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC, касается катетов AC и BC соответственно в точках E и D. Найти величину угла ABC, если известно, что  $AE = 1$ ,  $BD = 3$ .

**ЗАДАЧА 10.3.50.** В прямоугольный треугольник вписан квадрат, вершина которого совпадает с вершиной прямого угла треугольника. Найти площадь треугольника, если один из его катетов равен 42 см, а сторона квадрата — 24 см.

**ЗАДАЧА 10.3.51.** Точка на гипотенузе прямоугольного треугольника, равноудаленная от катетов, делит её на отрезки 30 см и 40 см. Найти периметр треугольника.

**ЗАДАЧА 10.1.13.** К окружности, вписанной в треугольник с периметром 18 см, проведена касательная параллельно основанию треугольника. Отрезок касательной между боковыми сторонами 2 см. Найти основание треугольника.

**ЗАДАЧА 10.1.34.** Точки M и N, D и E, K и L лежат соответственно на сторонах AB, AC и BC треугольника ABC, при этом  $AM = MN = NB$ ,  $BK = KL = LC$ ,  $AD = DE = EC$ . Вычислить площадь четырехугольника, образованного пересечениями прямых ML, NK, BD, BE, если площадь треугольника ABC равна 5.

## Прямоугольный треугольник

**ЗАДАЧА 10.3.28.** В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 17 см, а длина гипотенузы — 13 см. Найти катеты и площадь треугольника.

**ЗАДАЧА 10.3.22.** В прямоугольном треугольнике ABC даны: длина катета BC, равная 36, и косинус угла BAC, равный  $8/17$ . Найти длину другого катета AC и площадь треугольника.

**ЗАДАЧА 10.3.20.** Длина одного из катетов прямоугольного треугольника равна 12. Расстояние от центра описанной около треугольника окружности до этого катета равно 2,5. Найти длину гипотенузы треугольника.

- ЗАДАЧА 10.3.5.** Площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, вдвое больше площади последнего. Определить углы прямоугольного треугольника.
- ЗАДАЧА 10.3.12.** Определить острые углы прямоугольного треугольника, длины сторон которого образуют геометрическую прогрессию.
- ЗАДАЧА 10.3.2.** Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если проекции катетов на гипотенузу равны  $t = 9$  см и  $p = 16$  см.
- ЗАДАЧА 10.3.6.** Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15 см, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16 см. Найти радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
- ЗАДАЧА 10.3.13.** В прямоугольном треугольнике катеты относятся как  $3 : 2$ , а высота делит гипотенузу на отрезки, из которых один на 2 см больше другого. Определить длину гипотенузы.
- ЗАДАЧА 10.3.14.** В прямоугольном треугольнике ABC, где  $\angle C = 30^\circ$ , из вершины прямого угла B проведена медиана BK. Найти площадь треугольника BCK, если длина катета AB равна 4 см.
- ЗАДАЧА 10.3.55.** Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если высота, проведенная к гипотенузе, делит последнюю на отрезки длиной 25,6 и 14,4 см.
- ЗАДАЧА 10.3.17.** Прямоугольный треугольник, периметр которого равен 10, разбит высотой, опущенной на гипотенузу, на два треугольника. Периметр одного из них равен 6. Найти периметр другого треугольника.
- ЗАДАЧА 10.3.18.** Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, разбивает его на два треугольника с периметрами  $p_1$  и  $p_2$ . Найти стороны треугольника.
- ЗАДАЧА 10.3.24.** В прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  вписан квадрат, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найти периметр квадрата.
- ЗАДАЧА 10.3.46.** В треугольнике ABC проведена биссектриса CD прямого угла ACB, DM и DN являются соответственно высотами треугольников ADC и BDC. Найти AC, если известно, что  $AM = 4$ ,  $BN = 9$ .
- ЗАДАЧА 10.3.34.** В прямоугольном треугольнике ABC длины катетов AC и BC соответственно равны 12 и 8. Точка K – середина медианы BD. Найти длину отрезка CK.
- ЗАДАЧА 10.3.19.** Точка пересечения медиан прямоугольного треугольника удалена от катетов на расстояния соответственно 3 и 4. Найти расстояние от этой точки до гипотенузы.
- ЗАДАЧА 10.3.48.** В прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла проведены высота и медиана. Найти отношение большего катета к меньшему, если отношение высоты к медиане равно  $12/13$ .
- ЗАДАЧА 10.3.49.** В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки 3 см и 4 см. Найти площадь треугольника.
- ЗАДАЧА 10.3.16.** В треугольнике ABC угол B – прямой. Точки D и E на катете CB расположены так, что отрезки AD и AE делят угол A на три равные части,  $AD = a$ ,  $AE = b$ . Найти отношение площадей треугольников ADB и AEB.
- ЗАДАЧА 10.3.42.** Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу  $AB = 5$ . Точки C и D расположены по разные стороны от прямой, проходящей через точки A и B,  $BC = BD = 3$ . Точка E лежит на AC,  $EC = 1$ . Точка F лежит на AD,  $FD = 2$ . Найти площадь пятиугольника ECBDF.

## Трапеция

- ЗАДАЧА 10.4.45.** Найти площадь трапеции, у которой основания 15 см и 5 см, а боковые стороны 8 см и 6 см.
- ЗАДАЧА 10.4.20.** Найти площадь трапеции, диагонали которой равны 7 см и 8 см, а основания – 3 см и 6 см.
- ЗАДАЧА 10.4.16.** В равнобокой трапеции ABCD длины боковой стороны AB и меньшего основания BC равны  $a = 2$  см и BD перпендикулярна AB. Найти площадь трапеции.
- ЗАДАЧА 10.4.40.** Основания трапеции 4 см и 10 см, одна из боковых сторон составляет меньшим основанием угол  $150^\circ$ . Найти эту боковую сторону, если площадь трапеции равна  $21 \text{ см}^2$ .
- ЗАДАЧА 10.4.50.** В равнобедренной трапеции боковая сторона равна средней линии, а периметр равен 48 см. Найти длину боковой стороны.
- ЗАДАЧА 10.4.60.** Высота и диагональ равнобедренной трапеции равны соответственно 5 и 13. Найти площадь трапеции.
- ЗАДАЧА 10.4.43.** Диагональ равнобедренной трапеции равна 5 см, а площадь равна  $12 \text{ см}^2$ . Найти высоту трапеции.
- ЗАДАЧА 10.4.83.** Диагональ равнобокой трапеции, равная 8, перпендикулярна боковой стороне. Найти меньшее основание трапеции, если ее большее основание равно 10.

**ЗАДАЧА 10.4.84.** Большее основание трапеции равно 24 см. Найти ее меньшее основание, зная, что расстояние между серединами ее диагоналей равно 4 см.

**ЗАДАЧА 10.4.21.** Длины оснований трапеции равны 10 и 24. Длины боковых сторон равны 13 и 15. Найти площадь трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.36.** Длины параллельных сторон трапеции равны 25 и 4, а длины непараллельных сторон – 20 и 13. Найти высоту трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.3.** В трапеции ABCD сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Нижнее к верхнее основания равны соответственно 7 и 3. Определить отрезок, соединяющий середины оснований.

**ЗАДАЧА 10.4.10.** Определить площадь трапеции, если ее основания равны 6 см и 11 см, одна из боковых сторон – 4 см, а сумма углов при нижнем основании равна  $90^\circ$ .

**ЗАДАЧА 10.4.4.** В трапеции, основания которой  $a$  и  $b$ , через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. Найти длину отрезка этой прямой, отсекаемого боковыми сторонами трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.7.** В трапеции ABCD проведены диагонали AC и BD, пересекающиеся в точке F. Из вершины C проведена прямая СК, параллельная боковой стороне AD, которая пересекает продолжение BD в точке L так, что  $DF = BL$ . Найти отношение  $AB : CD$ .

**ЗАДАЧА 10.4.71.** Через точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основанию и пересекающая боковые стороны в точках E и F. Длина отрезка EF равна 2. Определить длины оснований трапеции, если их отношение равно 4.

**ЗАДАЧА 10.4.72.** Через точку O пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основанию. Определить длину отрезка этой прямой между боковыми сторонами трапеции, если средняя линия трапеции равна  $\frac{4}{3}$ , а точка O делит диагональ трапеции на части, отношение которых равно  $\frac{1}{3}$ .

**ЗАДАЧА 10.4.75.** В трапеции ABCD длина основания AD равна 4, длина основания BC равна 3. Длины сторон AB и CD равны. Точки M и N лежат на диагонали BD, причем точка M расположена между точками B и N, а отрезки AM и CN перпендикулярны диагонали BD. Найти длину отрезка CN, если  $BM : DN = 2 : 3$ .

**ЗАДАЧА 10.4.44.** В трапеции ABCD с основаниями BC и AD:  $\angle ACD = \angle ABC$ ,  $BC = 12$  см,  $AD = 27$  см. Найти диагональ AC.

**ЗАДАЧА 10.4.41.** В прямоугольной трапеции большая диагональ, имеющая длину 24, является биссектрисой острого угла. Найти площадь трапеции, если расстояние от вершины тупого угла до диагонали равно 9.

**ЗАДАЧА 10.4.42.** В прямоугольной трапеции средняя линия равна 13,5. Меньшая диагональ является биссектрисой тупого угла и имеет длину 12. Найти стороны трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.68.** В трапеции с основаниями 3 и 4 диагональ имеет длину 6 и является биссектрисой одного из углов. Найдите площадь трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.82.** В равнобедренной трапеции ABCD точка O – середина меньшего основания BC; OA – биссектриса угла A. Найти площадь трапеции, если  $AD = 16$ , а ее высота равна 6.

**ЗАДАЧА 10.4.27.** Средняя линия трапеции равна 10 и делит площадь трапеции в отношении 3 : 5. Найти длины оснований этой трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.70.** В трапеции средняя линия, равная 20, делит площадь трапеции в отношении 3 : 5. Найти основания трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.47.** В трапеции ABCD длины оснований AD и BC относятся как 5 : 1, а площадь равна 32 см<sup>2</sup>. Точки M и N – середины боковых сторон AB и CD соответственно соединены с концами противоположной боковой стороны, причем отрезки AN и DM пересекаются в точке K, а отрезки BN и CM – в точке E. Определить площадь четырехугольника MENK.

**ЗАДАЧА 10.4.63.** В трапеции ABCD точка M лежит на боковой стороне AB, O – пересечение диагонали BD и отрезка CM. Найти площадь треугольника COD, если  $AM = MB$ ,  $CO = 4 \cdot OM$ , а площадь треугольника BOM равна 1.

**ЗАДАЧА 10.4.74.** Высота трапеции ABCD равна 7, а длины оснований AD и BC равны соответственно 8 и 6. Через точку E, лежащую на стороне CD, проведена прямая BE, которая делит диагональ AC в точке O в отношении

$AO : OC = 3 : 2$ . Найти площадь треугольника OEC.

**ЗАДАЧА 10.4.81.** Площадь трапеции ABCD равна 24. а длины оснований AD и BC относятся как 3 : 1. Вершины A и D соединены отрезками с точкой N – серединой стороны BC, а точки B и C – с точкой M серединой стороны AD. Отрезки AN и BM пересекаются в точке E, а отрезки DN и CM – в точке K. Найти площадь четырехугольника ENKM.

**ЗАДАЧА 10.4.13.** Найти площадь равнобокой трапеции, основания которой равны  $a$  и  $b$ , а диагонали взаимно перпендикулярны.

**ЗАДАЧА 10.4.33.** В равнобедренной трапеции средняя линия равна  $d$ , а диагонали взаимно перпендикулярны. Найти площадь трапеции.

**ЗАДАЧА 10.4.37.** Найти площадь равнобокой трапеции, у которой высота равна 10, а диагонали взаимно перпендикулярны.

**ЗАДАЧА 10.4.79.** Высота трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны, равна 4. Найти площадь трапеции, если известно, что длина одной из ее диагоналей равна 5.

## Параллелограмм

**ЗАДАЧА С 10.147.** В параллелограмме с периметром 32 см проведены диагонали. Разность между периметрами двух смежных треугольников равна 8 см. Найти длины сторон параллелограмма.

**ЗАДАЧА 10.5.13.** Найти площадь параллелограмма, если его диагонали 3 см и 5 см, а острый угол параллелограмма  $60^\circ$ .

**ЗАДАЧА С 10.157.** Через точки  $R$  и  $E$ , принадлежащие сторонам  $AB$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$ , и такие, что  $AR = (2/3)AB$ ,  $AE = (1/3)AD$  проведена прямая. Найти отношение площади параллелограмма к площади полученного треугольника.

**ЗАДАЧА 10.5.16.** В параллелограмме  $ABCD$  длина диагонали  $BD$ , перпендикулярной стороне  $AB$ , равна 6. Длина диагонали  $AC$  равна  $2\sqrt{22}$ . Найти длину стороны  $AD$ .

**ЗАДАЧА 10.5.27.** Радиус окружности, в которую вписан квадрат, равен 6 см. Найти площадь квадрата.

**ЗАДАЧА С 10.095.** Площадь равнобедренного треугольника равна  $1/3$  площади квадрата, построенного на основании данного треугольника. Длины боковых сторон треугольника короче длины его основания на 1 см. Найти длины сторон и высоты треугольника, проведенной к основанию.

**ЗАДАЧА С 10.107.** В квадрат вписан другой квадрат, вершины которого лежат на сторонах первого, а стороны составляют со сторонами первого квадрата углы в  $60^\circ$ . Какую часть площади данного квадрата составляет площадь вписанного?

**ЗАДАЧА 10.5.28.** Периметр параллелограмма 90 см. а острый угол —  $60^\circ$ . Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1 : 3. Найти стороны параллелограмма.

**ЗАДАЧА С 10.053.** В параллелограмме  $ABCD$  высота, проведенная из вершины  $B$  тупого угла на сторону  $DA$ , делит ее в отношении 5:3, считая от вершины  $D$ . Найти отношение  $AC:BD$ , если  $AD : AB = 2$ .

**ЗАДАЧА С 10.061.** Перпендикуляр, проведенный из вершины параллелограмма к его диагонали, делит эту диагональ на отрезки длиной 6 и 15 см. Разность длин сторон параллелограмма равна 7 см. Найти длины сторон параллелограмма и его диагоналей.

**ЗАДАЧА С 10.145.** Высота ромба равна 12 см, а одна из его диагоналей равна 15 см. Найти площадь ромба.

**ЗАДАЧА С 10.083.** Сумма длин диагоналей ромба равна  $t$ , а его площадь равна  $m$ . Найти сторону ромба.

**ЗАДАЧА С 10.118.** Определить сторону ромба, зная, что площадь его равна  $S$ , а длины диагоналей откосятся как  $m:n$ .

**ЗАДАЧА С 10.119.** Периметр ромба равен  $2p$ , длины диагоналей относятся как  $m:n$ . Вычислить площадь ромба.

**ЗАДАЧА С 10.081.** Площадь прямоугольника равна  $9 \text{ см}^2$ , а величина одного из углов, образованного диагоналями, равна  $120^\circ$ . Найти стороны прямоугольника.

**ЗАДАЧА 10.5.2.** В прямоугольнике  $ABCD$  на сторонах  $AB = 6$  и  $BC = 8$  взяты точки  $M$  и  $N$  так, что отрезок  $MN$  параллелен отрезку  $AC$ . Известно, что периметр многоугольника  $AMNCD$  относится к периметру треугольника  $MBN$ , как 7 : 3. Найти длину отрезка  $MN$ .

**ЗАДАЧА 10.5.6.** Вершины одного квадрата лежат на границе второго квадрата. Найти отношения длин отрезков, на которые эти вершины разбивают стороны второго квадрата, если известно, что отношение площадей квадратов равно  $p$ .

**ЗАДАЧА 10.5.8.** В квадрате  $ABCD$  со стороной  $a$  точки  $E$  и  $F$  являются серединами сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Точка  $K$  лежит на  $CF$ , точка  $N$  — на  $AD$ , а отрезки  $EF$  и  $KN$  пересекаются в точке  $M$ . Найти площадь треугольника  $KFM$ , если известно, что  $CK : KF = 1 : 5$ , а площадь трапеции  $EMNA$  составляет  $3/10$  площади квадрата.

**ЗАДАЧА 10.5.9.** В параллелограмме  $ABCD$  величина угла  $B CD$  равна  $60^\circ$ , длина стороны  $AB$  равна  $a$ . Биссектриса угла  $B CD$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $N$ . Найти площадь треугольника  $NCD$ .

**ЗАДАЧА 10.5.11.** На стороне  $NP$  квадрата  $MNPQ$  взята точка  $A$ , на стороне  $PQ$  – точка  $B$  так, что  $NA : AP = PB : BQ = 2 : 3$ . Точка  $L$  является точкой пересечения отрезков  $MA$  и  $NB$ . В каком отношении точка  $L$  делит отрезок  $MA$ ?

**ЗАДАЧА 10.5.17.** В параллелограмме  $ABCD$  биссектриса тупого угла  $B$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $F$ . Найти периметр параллелограмма, если  $AB = 12$  и  $AF : FD = 4 : 3$ .

**ЗАДАЧА 10.5.18.** Через вершины произвольного четырехугольника проведены прямые, параллельные его диагоналям. Найти отношение площади параллелограмма, образованного этими прямыми, к площади данного четырехугольника.

**ЗАДАЧА 10.5.20.** Точка  $M$  делит диагональ  $AC$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a$  в отношении  $AM : MC = 3 : 1$ ; точка  $N$  лежит на стороне  $AB$ , причем угол  $NMD$  прямой. Найти длину отрезка  $AN$ .

**ЗАДАЧА 10.5.21.** В ромбе  $ABCD$  угол при вершине  $A$  равен  $\pi/3$ . Точка  $N$  делит сторону  $AB$  в отношении  $AN : BN = 2 : 1$ . Определить тангенс угла  $DNC$ .

**ЗАДАЧА 10.5.22.** В квадрат площадью  $18\text{см}^2$  вписан прямоугольник так, что на каждой стороне квадрата лежит одна вершина прямоугольника. Длины сторон прямоугольника относятся как  $1 : 2$ . Найти площадь прямоугольника.

**ЗАДАЧА 10.5.23.** В квадрат площадью  $24$  вписан прямоугольник так, что на каждой стороне квадрата лежит одна вершина прямоугольника. Длины сторон прямоугольника относятся как  $1 : 3$ . Найти площадь прямоугольника.

**ЗАДАЧА 10.5.25.**

В параллелограмме  $ABCD$  на диагонали  $AC$  взята точка  $E$ , где расстояние  $AE$  составляет треть длины  $AC$ , а на стороне  $AD$  взята точка  $F$ , где расстояние  $AF$  составляет четверть длины  $AD$ . Найти площадь параллелограмма  $ABCD$ , если известно, что площадь четырехугольника  $ABGE$ , где  $G$  — точка пересечения прямой  $FE$  со стороной  $BC$ , равна  $8$ .

**ЗАДАЧА 10.5.29.** В параллелограмме даны острый угол, равный  $45^\circ$ , и расстояния от точки пересечения диагоналей до неравных сторон, равные соответственно  $2$  и  $3$ . Найти площадь параллелограмма.

## Многоугольники.

131. Внутренние углы выпуклого четырехугольника относятся как  $2 : 2,5 : 9,5 : 10$ . Найти меньший угол.

132. В выпуклом четырехугольнике два угла – прямые, разность двух других равна  $10^\circ$ . Найти меньший угол.

133. Определить меньший внутренний угол выпуклого пятиугольника, зная, что величины их относятся как  $1 : 1,5 : 2 : 2,5 : 3$ .

134. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его внутренних углов равна  $4320^\circ$ ?

135. В выпуклом пятиугольнике два внутренних угла – прямые, а остальные относятся между собой как  $3 : 4 : 5$ . Найти больший угол.

136. В выпуклом четырехугольнике сумма двух внутренних углов равна  $110^\circ$ , а разность двух других равна  $20^\circ$ . Найти больший угол.

137. В выпуклом пятиугольнике сумма двух внутренних углов равна  $120^\circ$ , остальные углы относятся между собой как  $6 : 7 : 8$ . Найти больший угол.

138. В выпуклом пятиугольнике сумма трех равных внутренних углов равна  $300^\circ$ , разность двух других равна  $10^\circ$ . Найти больший угол.

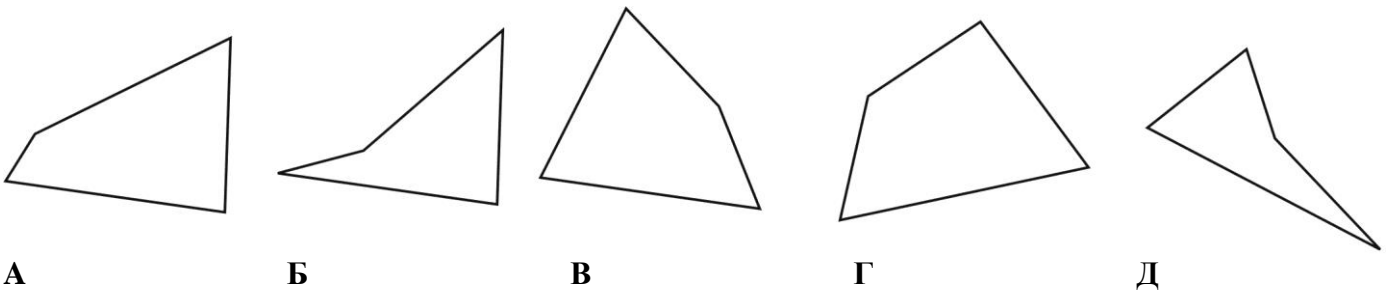
139. Один из внутренних углов выпуклого четырехугольника равен  $60^\circ$ , а остальные относятся между собой как  $1 : 2 : 3$ . Найти больший угол.

140. В выпуклом пятиугольнике один внутренний угол – прямой, а остальные относятся между собой как  $1 : 2 : 2,5 : 4,5$ . Найти меньший угол.

В выпуклом правильном многоугольнике величина внутреннего угла больше внешнего на  $120^\circ$ . Найти количество сторон многоугольника.

В выпуклом правильном многоугольнике величина внешнего угла меньше внутреннего на  $140^\circ$ . Найти количество сторон многоугольника.

Из данных многоугольников выберите выпуклые.



Найти количество диагоналей в выпуклом семиугольнике.

В выпуклом многоугольнике количество диагоналей равно 5. Найти количество сторон многоугольника.

В выпуклом многоугольнике количество диагоналей равно 9. Найти количество сторон многоугольника.

Найдите площадь правильного восьмиугольника с длиной стороны 4 см. Ответ укажите с точностью до целых.

Найдите площадь правильного девятиугольника с длиной стороны 5 см. Ответ укажите с точностью до целых.

Найдите площадь правильного шестиугольника, если радиус описанной вокруг него окружности равен 4.

Найдите площадь правильного шестиугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 4.

Найдите площадь правильного десятиугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 4. Ответ укажите с точностью до целых.

Найдите площадь правильного двадцатиугольника, если радиус описанной вокруг него окружности равен 4. Ответ укажите с точностью до целых.

Найдите площадь четырёхугольника, если длины его диагоналей равны 3 см и 5 см, а угол между диагоналями равен  $30^\circ$ .

**ВК. 22-21.** Если в выпуклом четырёхугольнике ABCD дано, что  $\angle A=90^\circ$  и  $\angle B=130^\circ$ , то чему равна величина острого угла между биссектрисами двух других углов?

**ВК. 22-22.** Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равна  $1620^\circ$ . Чему равно число его сторон?

**ВК. 22-23.** Если в правильном n-угольнике внутренний угол относится к внешнему как 13:2, то чему равно n?

**Окружность, круг, дуга, сектор, сегмент, кольцо.**

Как изменится длина окружности, если радиус окружности увеличить в три раза?

Перечертите таблицу и, используя формулу длины L окружности радиуса R, заполните пустые клетки таблицы. Воспользуйтесь значением  $\pi = 3,14$ .

L		$18\pi$		$\pi$
R	4		1	

Тепловоз прошел 1413 м. Найдите диаметр колеса тепловоза, если известно, что оно сделало 300 оборотов.



За два оборота по круговой орбите вокруг Земли космический корабль проделал путь в 84 152 км. На какой высоте над поверхностью Земли находится корабль, если радиус Земли равен 6370 км?

Как изменится площадь круга, если его диаметр уменьшить в три раза?

Перечертите таблицу и используя формулу для площади  $S$  круга радиуса  $R$  заполните пустые клетки. Воспользуйтесь значением  $\pi = 3,14$ .

S		3,14	49 $\pi$	
R	2			0,12

Диаметр основания царь-колокола, находящегося в Московском Кремле, равен 6,6 м. Найдите площадь основания колокола. Ответ округлите с точностью до сотых.

Длина окружности цирковой арены равна 41 м. Найдите площадь арены. Ответ округлите с точностью до десятых.

Вычислите сумму углов:  $12^{\circ}25' + 1^{\circ}15' + 20'$

Вычислите разность углов:  $75^{\circ}25' - 14^{\circ}55'$

Вычислите сумму углов:  $20'' + 1^{\circ}14'40'' + 15' + 1,5^{\circ}$ .

Переведите из радиан в градусы: а)  $\frac{\pi}{3}$ ; б)  $\frac{\pi}{6}$ ; в)  $\frac{\pi}{10}$ ; г)  $\frac{3 \cdot \pi}{4}$ ; д)  $\frac{2 \cdot \pi}{5}$ ; е)  $\frac{7 \cdot \pi}{12}$ .

Переведите из градусов в радианы:  $1^{\circ}$ ,  $2^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $16^{\circ}$ ,  $150^{\circ}$ .

Сколько градусов содержит центральный угол, если соответствующая ему дуга составляет: а)  $\frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{5}$ ; г)  $\frac{1}{6}$ ; д)  $\frac{2}{3}$ ; е)  $\frac{3}{4}$  окружности?

Вычислить вписанный угол, опирающийся на дугу, равную  $\frac{1}{12}$  длины окружности.

Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если ее градусная мера равна: а)  $30^{\circ}$ ; б)  $45^{\circ}$ ; в)  $120^{\circ}$ . Воспользуйтесь значением  $\pi = 3,14$ .

Найдите длину маятника стальных часов, если угол его колебания составляет  $60^{\circ}$ , а длина дуги, которую описывает конец маятника, равна 24 см.

Вписанный в окружность угол опирается на дугу, длина которой равна 10. Чему равен этот угол, если радиус круга равен 5?

Радиус закругления пути железнодорожного полотна равен 5 км, а длина дуги закругления — 400 м. Какова градусная мера дуги закругления? Ответ округлите с точностью до десятых.

Какой угол в радианах образуют радиусы Земли, проведенные в две точки на ее поверхности, расстояние между которыми равно 1000 км? Радиус Земли равен 6370 км. Ответ округлите с точностью до сотых.

По данной хорде длиной 4 см найдите длину ее дуги, если градусная мера дуги равна  $60^{\circ}$ . Ответ округлите с точностью до сотых.

По данной дуге длиной 4 см найдите ее хорду, если дуга содержит  $120^{\circ}$ . Ответ округлите с точностью до целых.

Из круга, радиус которого 10 см, вырезан сектор с дугой в  $60^{\circ}$ . Найдите площадь оставшейся части круга. Ответ округлите с точностью до целых.

Найти площадь сектора, если радиус круга равен 10, а центральный угол содержит 1,1 рад.

Определить площадь сектора, если его радиус равен 6, а центральный угол составляет 3 рад.

Площадь сектора радиуса 12 равна 216. Определить его центральный угол в радианах.

Найти длину дуги сектора, если его площадь равна 15, а радиус круга равен 6.

Найдите площадь заштрихованной фигуры, если радиус окружности равен 10 см, а угловая мера дуги АВ равна  $120^\circ$ . Ответ округлите с точностью до целых.

Хорда длиной 10 см делит окружность радиусом 10 см на две части. Найдите площадь большей из них. Ответ округлите с точностью до целых.

Вокруг клумбы, имеющей форму круга, проложена дорожка. Вычислите площадь дорожки, если радиус клумбы равен 2,5 м, а ширина дорожки 0,5 м.

Какой толщины слой нужно снять с круглой медной проволоки, имеющей площадь сечения 314 мм, чтобы она проходила сквозь отверстие диаметром 18,5 мм?

Вокруг круглой клумбы, радиус которой равен 3 м, проложена дорожка шириной 1 м. Сколько нужно песка, чтобы посыпать дорожку, если на  $1 \text{ м}^2$  дорожки требуется  $0,8 \text{ дм}^3$  песка?

Расстояние от центра окружности до хорды равно  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  и вдвое меньше радиуса. Найти длину хорды.

Хорда, длина которой равна  $7\sqrt{12}$ , стягивает дугу, величина которой равна  $120^\circ$ . Найти длину радиуса окружности.

Найти расстояние от центра окружности радиуса  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$  до хорды, если ее длина равна длине радиуса.

Найти расстояние от центра окружности радиуса  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$  до хорды, если она стягивает дугу, величина которой равна  $90^\circ$ .

Длина хорды равна  $3\sqrt{3}$ . Найти расстояние от центра окружности до хорды, если она стягивает дугу в  $120^\circ$ .

Найти длину хорды, если она стягивает дугу окружности величиной в  $90^\circ$ , а радиус окружности равен  $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ .

Найти расстояние от центра окружности радиуса  $3\sqrt{27}$  до хорды, если она стягивает дугу, величина которой равна  $60^\circ$ .

Расстояние от центра окружности до хорды равно  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$  и вдвое меньше длины хорды. Найти длину радиуса.

## Вписанные и центральные углы,

### теорема о пропорциональных отрезках хорд

**ЗАДАЧА 10.6.19.** Диагонали четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, пересекаются в точке  $E$ . На прямой  $AC$  взята точка  $M$ , причем  $\angle DME = 20^\circ$ ,  $\angle ABD = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 70^\circ$ . Найдите  $\angle ADM$ . Ответ:  $90^\circ$

**ЗАДАЧА 10.6.29.** Диагонали четырехугольника  $PQRS$ , вписанного в окружность, пересекаются в точке  $D$ .  $\angle PQS = 70^\circ$ ,  $\angle RPS = 60^\circ$ . Найдите угол  $PSR$ .

Хорда делит окружность на части в отношении  $5:7$ . Найдите вписанный угол, опирающийся на меньшую из дуг, стягиваемых этой хордой.

Ответ:  $75^\circ$ .

Величина угла  $ABC$ , образованного хордами  $AB$  и  $BC$ , равна  $60^\circ$ . Найдите величину дуги  $AB$  (в градусах), если  $AB = 2BC$ . Ответ:  $160^\circ$ . **ЗАДАЧА 10.6.15.** Точка находится внутри круга радиусом  $6$  и делит проходящую через нее хорду на отрезки длиной  $5$  и  $4$ . Найдите расстояние от точки до окружности. Ответ:  $2$ .

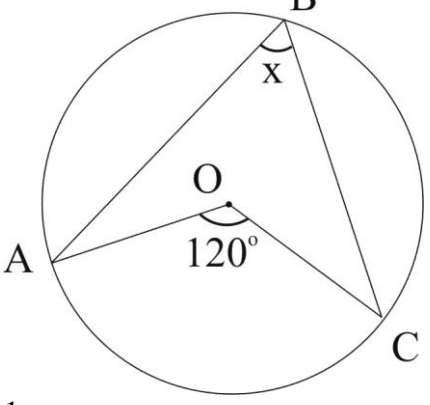
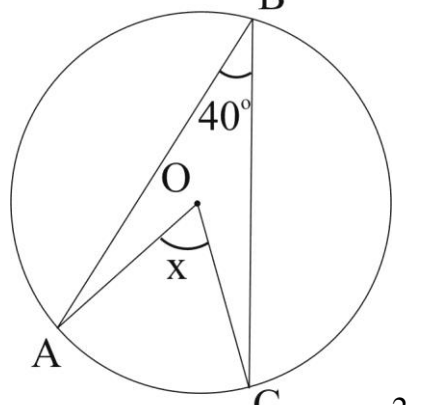
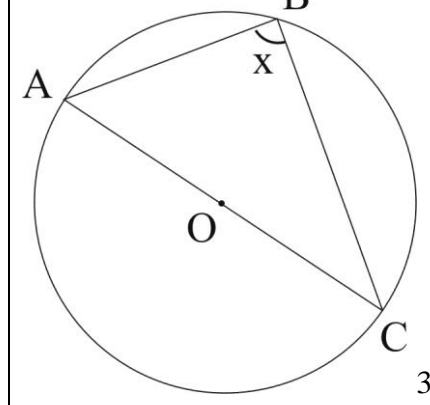
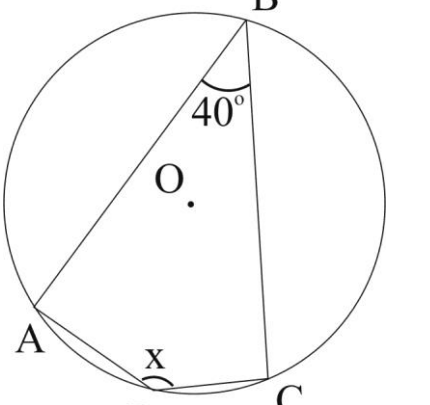
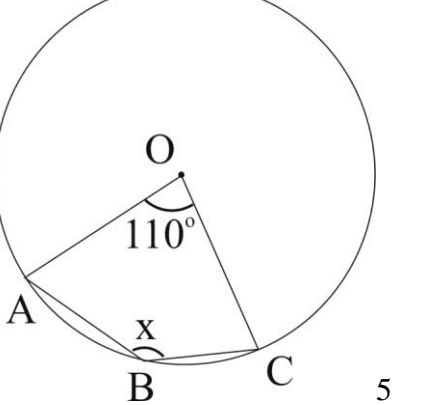
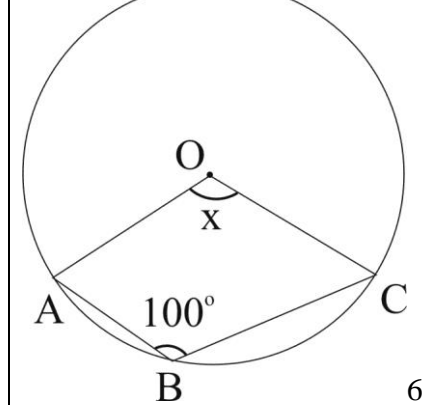
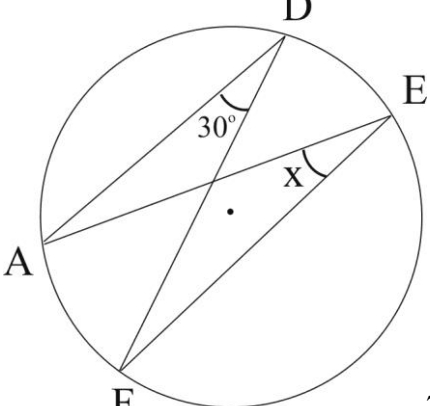
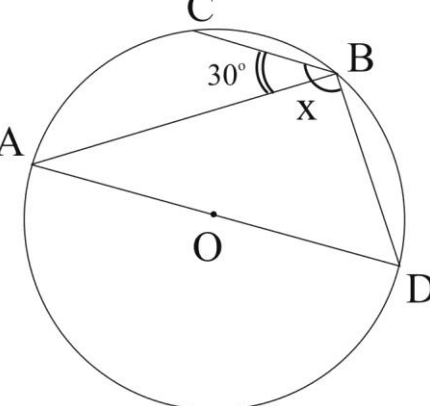
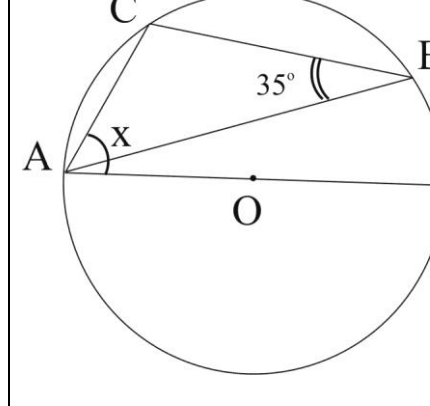
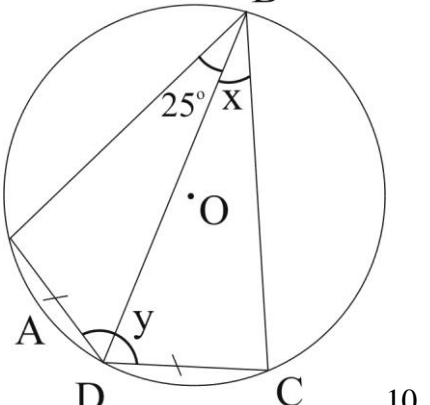
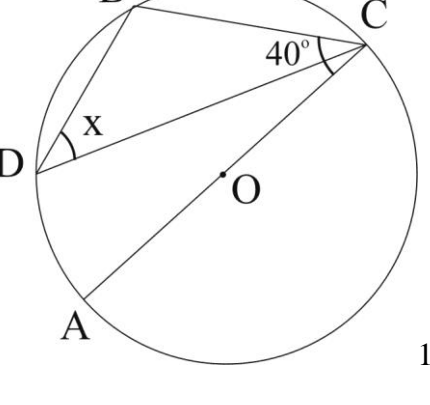
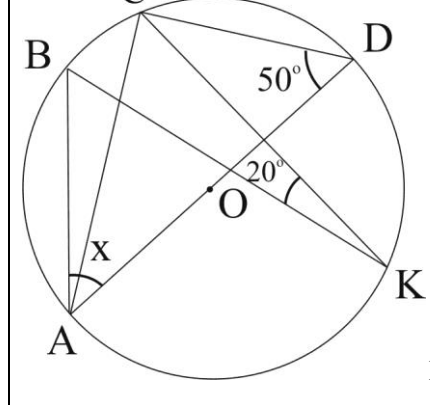
### **ЗАДАЧА 10.6.31**

В полуокружность с радиусом  $\sqrt{5}$  вписан квадрат так, что две его вершины лежат на диаметре полуокружности. Найдите длину стороны квадрата.

Ответ:  $2$ .

### ЗАДАЧИ

Определите величину  $x$ . для каждого чертежа. На чертеже 10 определите  $x$  и  $y$ .

 <p>1</p>	 <p>2</p>	 <p>3</p>
 <p>4</p>	 <p>5</p>	 <p>6</p>
 <p>7</p>	 <p>8</p>	 <p>9</p>
 <p>10</p>	 <p>11</p>	 <p>12</p>

Ответы:

60°	80°	45°
140°	125°	40°
30°	120°	55°
25° и 130°	50°	60°

Вписанный в окружность угол опирается на дугу, длина которой равна 10. Чему равен этот угол, если радиус круга равен 5? Ответ:  $1^\circ$ .

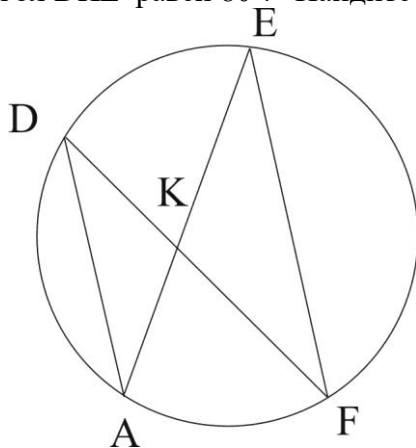
Хорда делит окружность на части в отношении 5:7. Найти вписанный угол, опирающийся на меньшую из дуг, стягиваемых этой хордой. Ответ:  $75^\circ$ .

Величина угла ABC, образованного хордами AB и BC, равна  $60^\circ$ . Найти величину дуги AB (в градусах), если  $AB = 2BC$ . Ответ:  $160^\circ$ .

Хорда AB делит окружность на две дуги, одна из которых равна  $80^\circ$ , а другая делится хордой AC пополам. Найти величину угла BAC. Ответ:  $70^\circ$ .

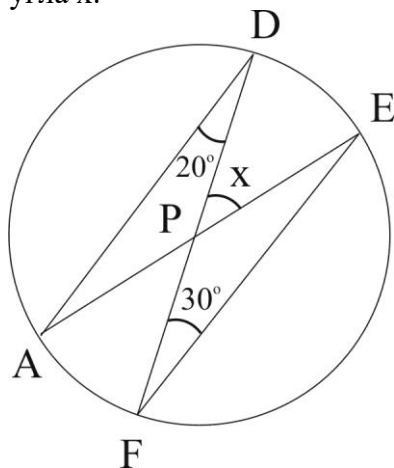
Определить угол между хордой AB и диаметром BC, если хорда AB стягивает дугу в  $54^\circ$ . Ответ:  $63^\circ$ .

Угол FDA равен  $30^\circ$ , угол DKE равен  $80^\circ$ . Найдите величину угла DFE.



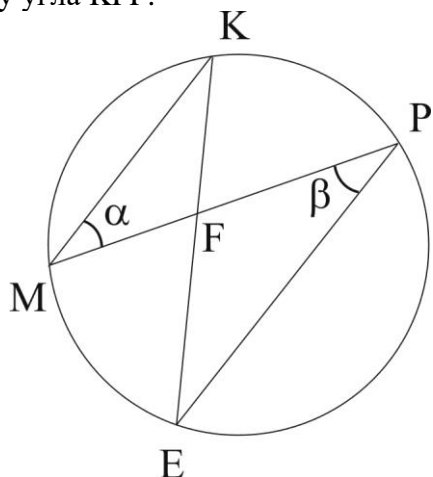
Ответ:  $50^\circ$ .

Определите величину угла x.



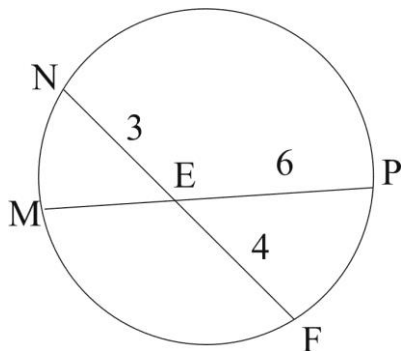
Ответ:  $50^\circ$ .

Определите величину угла KFP.



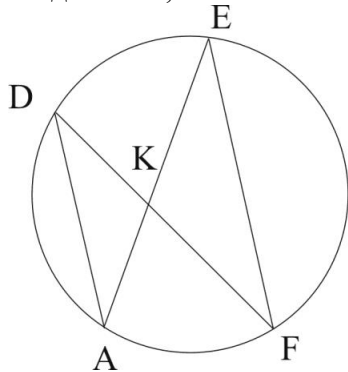
Ответ:  $\alpha + \beta$

Найдите ME.



Ответ: 2.

DK = 4, KF = 6, AE = 11. Найдите АК, если KE > AK



Ответ: 3.

Хорды АВ и АС стягивают дуги, величины которых соответственно равны  $116^\circ$  и  $24^\circ$ . Найти величину угла ВАС, если хорды лежат по разные стороны от центра окружности. Ответ:  $110^\circ$ .

Величина угла АВС, образованного хордами АВ и ВС, равна  $96^\circ$ . Найти величину дуги АВ (в градусах), если АВ = ВС. Ответ:  $84^\circ$ .

Окружность разделена в отношении 3:8:4, и точки деления соединены между собой хордами. Найти больший угол полученного треугольника. Ответ:  $96^\circ$ .

Хорды АВ и ВС взаимно перпендикулярны. Найти величину угла ВСА, если хорда ВС стягивает дугу в  $46^\circ$ . Ответ:  $67^\circ$ .

Хорды АВ и ВС стягивают дуги, величины которых соответственно равны  $168^\circ$  и  $144^\circ$ . Найти величину угла АВС, если хорды лежат по одну сторону от центра окружности. Ответ:  $13^\circ$ .

Хорда делит окружность на две дуги, разность между величинами которых равна  $40^\circ$ . Найти величину большего вписанного угла, опирающегося на эту хорду. Ответ:  $100^\circ$ .

Величина угла между хордами АВ и ВС равна  $164^\circ$ . Найти величину центрального угла, опирающегося на хорду АВ, если АВ = ВС. Ответ:  $16^\circ$ .

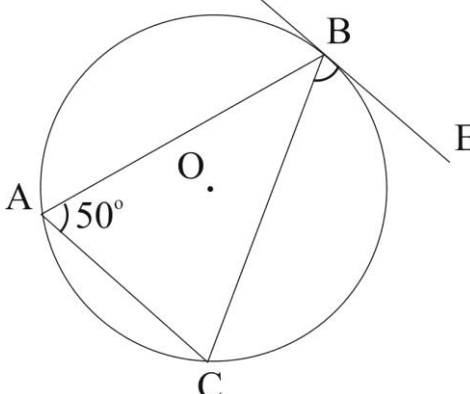
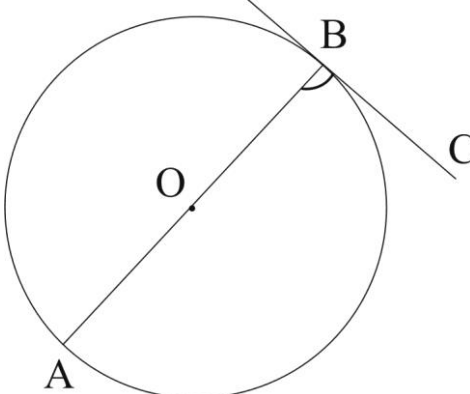
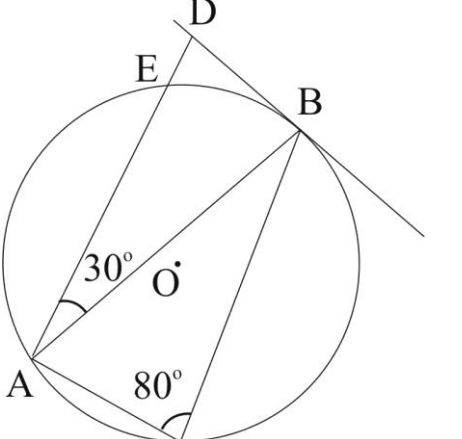
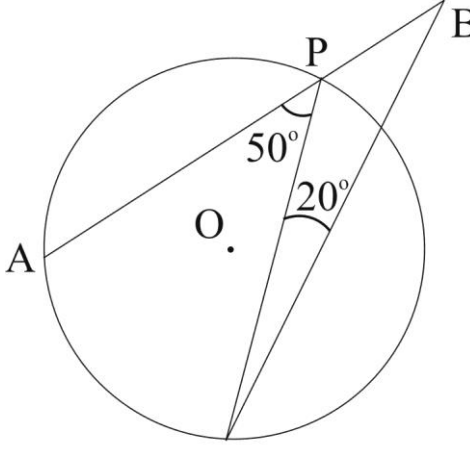
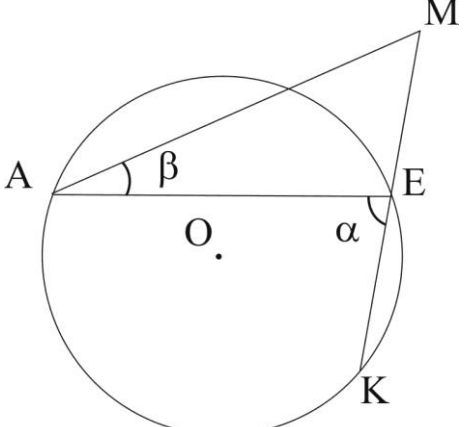
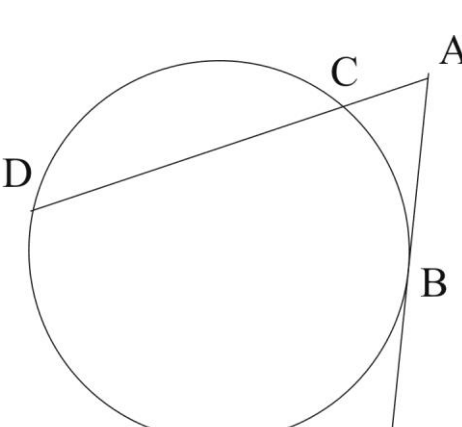
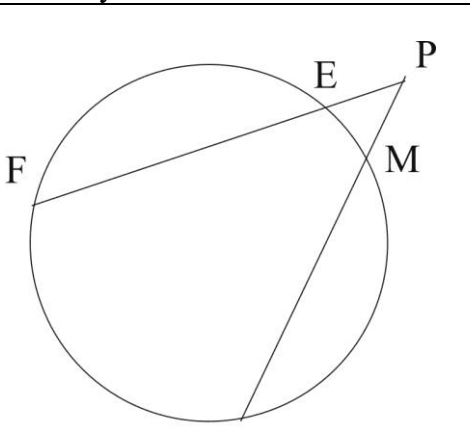
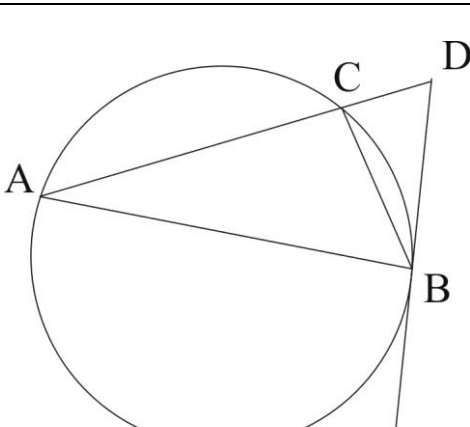
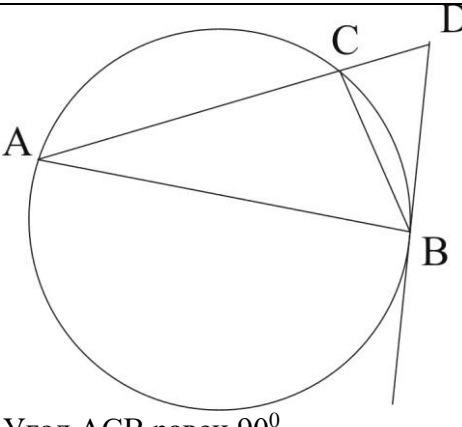
**ЗАДАЧА 10.6.18.** Точка лежит вне круга на расстоянии диаметра от центра круга. Найти угол между касательными, проведенными из данной точки к данному кругу. Ответ:  $60^\circ$ .

**ЗАДАЧА 10.6.34.** Через концы хорды, делящей длину окружности радиуса  $r$  в отношении 1:2, проведены касательные. При каком значении  $r$  площадь треугольника, образованного хордой и касательными, равна  $12\sqrt{3}$ ? Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.6.5.** Через точку А, лежащую на расстоянии  $2r$  от центра окружности радиуса  $r$ , проведена прямая на расстоянии  $r/2$  от центра окружности, пересекающая окружность в точках В и С. Найти АВ и АС.

Ответ:  $AC = \frac{r\sqrt{3}}{2}(\sqrt{5}-1)$ .

**ЗАДАЧА 10.6.28.** Окружность касается сторон угла с вершиной О в точках А и В. На этой окружности внутри треугольника АО В взята точка С. Расстояния от точки С до прямых ОА и ОВ равны соответственно  $a$  и  $b$ . Найти расстояние от точки С до хорды АВ. Ответ:  $\sqrt{ab}$ .

 <p>Найти угол CBE</p>	 <p>Найти угол ABC</p>	 <p>Найти угол ADB</p>
 <p>Найти угол ABE</p>	 <p>Найти угол AMK</p>	 <p><math>AB = 6, CD = 9</math>. Найдите AC.</p>
 <p><math>PF = 18, PM = 3, MK = 9</math>. Найдите PE.</p>	 <p>AB - диаметр, <math>AC = 9, BD = 6</math>. Найдите CB.</p>	 <p>Угол ACB равен <math>90^0</math>. <math>BD = 12, AC = 7</math>. Найдите радиус окружности.</p>

Ответы

$50^0$	$90^0$	$70^0$
$30^0$	$\alpha - \beta$	3
2	$3\sqrt{3}$	10

Вычислить углы, составленные касательной и хордой, если хорда делит окружность на две части, относящиеся как 3:7. Ответ:  $54^0; 126^0$ .

Вписанный угол на  $20^0$  меньше центрального угла, опирающегося на ту же дугу. Найти эти углы. Ответ:  $20^0; 40^0$ .

Секущая и касательная, выходящие из одной точки, соответственно равны 40 и 20. Секущая удалена от центра на 8. Определить радиус круга. Ответ: 17.

**ЗАДАЧА 10.2.52.** В равнобедренном треугольнике основание 6см, а боковая сторона 5см. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник.

**ЗАДАЧА 10.2.34.** В равнобедренный треугольник с углом при вершине  $120^0$  и боковой стороной, равной a, вписана окружность. Найти радиус окружности.

**ЗАДАЧА 10.2.3.** Дан равнобедренный треугольник с основанием  $2a$  и высотой  $h$ . В него вписана окружность и к ней проведена касательная, параллельная основанию. Найти радиус окружности и длину отрезка касательной, заключенного между сторонами треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.18.** В равносторонний треугольник  $ABC$  вписана окружность и проведен отрезок  $MN$ , который касается ее и параллелен стороне  $AB$ . Определить периметр трапеции  $AMNB$ , если длина стороны  $AB$  равна 18.

**ЗАДАЧА 10.2.9.** В равнобедренный треугольник с основанием  $a$  вписана окружность радиуса  $r$ . Определить периметр треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.25.** В равнобедренный треугольник вписана окружность радиуса  $r$ . Высота, проведенная к основанию, делится окружностью в отношении  $1:2$ , считая от вершины. Найти площадь треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.30.** Длина основания равнобедренного треугольника равна 12. Радиус вписанного в треугольник круг равен 3. Найти площадь треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.50.** Длина основания равнобедренного треугольника равна 12. Длина боковой стороны равна 10. Найти расстояние между точками касания вписанной окружности с боковыми сторонами.

**ЗАДАЧА 10.2.53.**  $CE$  — высота равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AC = CB$ ). Центр  $O$  вписанной в треугольник  $ABC$  окружности делит высоту треугольника  $CE$  на отрезки  $CO = 13$  и  $OE = 5$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ .

**ЗАДАЧА 10.1.50.** В треугольник со сторонами  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 3$  вписана окружность. Найти площадь треугольника  $AMN$ , где  $M, N$  — точки касания этой окружности со сторонами  $AB$  и  $AC$  соответственно.

**ЗАДАЧА 10.1.51.** В треугольник со сторонами  $AB = 8$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 4$  вписана окружность. Найти длину отрезка  $DE$ , где  $D, E$  — точки касания этой окружности со сторонами  $AB$  и  $AC$  соответственно.

**ЗАДАЧА 10.1.27.** В треугольник вписана окружность с радиусом 4. Одна из сторон треугольника разделена точкой касания на отрезки, длины которых 6 и 8. Найти длины сторон треугольника.

**ЗАДАЧА 10.1.71.** В треугольнике  $ABC$  со сторонами  $AB = 12$  см,  $BC = 15$  см,  $AC = 9$  см проведена биссектриса  $BB_1$ . Пусть  $C_1$  — точка касания  $AB$  с вписанной в треугольник окружностью, отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $P$ , продолжение  $AP$  пересекает  $BC$  в точке  $A_1$ . Найти отношение  $AP/PA_1$ .

**ЗАДАЧА 10.3.3.** Найти стороны прямоугольного треугольника, если точка касания вписанной в него окружности делит один из катетов на отрезки длины  $t$  и  $p$ .

**ЗАДАЧА 10.3.47.** В прямоугольный треугольник, периметр которого равен 36, вписана окружность. Гипотенуза делится точкой касания в отношении  $2:3$ . Найти длину гипотенузы.

**ЗАДАЧА 10.3.4.** Вписанная окружность касается гипотенузы прямоугольного треугольника в точке, делящей гипотенузу на отрезки, длины которых равны  $t = 2$  см,  $p = 3$  см. Найти радиус этой окружности.

**ЗАДАЧА 10.3.54.** Найти сумму длин катетов прямоугольного треугольника, если длина его гипотенузы 20 см, а радиус вписанной окружности 4 см.

**ЗАДАЧА 10.3.41**

Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найти расстояние от высоты, опущенной из вершины прямого угла до центра вписанной окружности.

**ЗАДАЧА 10.6.1.** Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 см и 17 см. Найти радиус окружности, если расстояние между серединами хорд равно 5 см.

**ЗАДАЧА 10.2.23.** Стороны треугольника относятся как  $1:2:2$ . Вычислить его площадь, если радиус окружности, описанной вокруг треугольника равен  $R$ .

**ЗАДАЧА 10.2.55.** В равнобедренном треугольнике основание и опущенная на него высота равны 4. Найти радиус описанной окружности.

**ЗАДАЧА 10.1.69.** В треугольник вписана окружность радиуса 2. Одна из сторон треугольника делится точкой касания на отрезки 7 и 2. Найти радиус окружности, описанной около треугольника.

**ЗАДАЧА 10.6.2.** Хорда окружности равна 10 см. Через один конец хорды проведена касательная к окружности, а через другой конец проведена секущая параллельно касательной. Определить радиус окружности, если внутренний отрезок секущей равен 12 см.

**ЗАДАЧА 10.6.27.** В окружность с радиусом  $R$  вписан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) с углом  $BAC$ , равным  $\alpha$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .  $AB = BC, R; \alpha. r = ?$

**ЗАДАЧА 10.6.26.** В окружности пересекающиеся хорды  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны,  $AD = t$ ,  $BC = p$ . Найти диаметр окружности.

**ЗАДАЧА 10.6.38.** Круг радиуса  $R = \frac{6}{\sqrt{4\pi - 3\sqrt{3}}}$  разделен на два сегмента хордой, равной стороне вписанного в этот круг правильного треугольника. Определить площадь меньшего из этих сегментов.



**ЗАДАЧА 10.3.21.** Длины катетов прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найти длину окружности, описанной около данного треугольника.

**ЗАДАЧА 10.3.8.** Сумма длин катетов прямоугольного треугольника равна 14 см, а радиус описанной окружности равен 5 см. Найти площадь круга, вписанного в данный треугольник.

**ЗАДАЧА 10.3.30.** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 5, а высота, проведенная к ней, равна 2. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей.

**ЗАДАЧА 10.3.7.** Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, а площадь его равна 24 см<sup>2</sup>. Найти площадь описанного круга.

**ЗАДАЧА 10.3.33.** Найти синус большего острого угла прямоугольного треугольника, если радиус окружности, описанной около треугольника, в 2,5 раза больше радиуса вписанной окружности.

**ЗАДАЧА 10.3.44.** В прямоугольном треугольнике отношение радиуса вписанной окружности к радиусу описанной окружности равно 2. Найти острые углы треугольника.

**ЗАДАЧА 10.2.49.** В окружность радиуса R вписан равнобедренный треугольник, у которого сумма длин основания и высоты равна диаметру окружности. Найти высоту треугольника.

## Треугольники и окружности

**ЗАДАЧА 10.6.7.** Диаметр окружности радиуса R является основанием правильного треугольника. Вы-

числить площадь той части треугольника, которая лежит вне данного круга. Ответ:  $\frac{R^2}{6}(3\sqrt{3} - \pi)$

**ЗАДАЧА 10.1.64.** Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC, пересекает сторону AB в точке E и сторону BC в точке F. Угол AEC в 5 раз больше угла BAF, а угол ABC равен 72°. Найти радиус окружности, если AC = 6. Ответ: 3.

**ЗАДАЧА 10.6.8.** Дано круговое кольцо, площадь которого Q. Определить длину хорды большего круга,

касательной к меньшему. Ответ:  $2\sqrt{\frac{Q}{\pi}}$

**ЗАДАЧА 10.1.68.** На стороне AC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке D так, что AD : DB = 12 : 5. Найти площадь треугольника ABC, если AC = 26, ∠ABC = 45°. Ответ 170.

**ЗАДАЧА 10.1.38.** Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает сторону AB в точке D так, что AD = AB/3. Найти пло-

щадь треугольника ABC, если AC = 1. Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**ЗАДАЧА 10.1.55.** Точка M, лежащая вне круга с диаметром AB, соединена с точками A и B. Отрезки MA и MB пересекают окружность в точках C и D соответственно. Площадь круга, вписанного в треугольник AMB, в 4 раза больше, чем площадь круга, вписанного в треугольник CMD. Найти меры углов треугольника AMB, если известно, что один из них в 2 раза больше другого.

Ответ: 40°, 60°, 80°.

**ЗАДАЧА 10.2.10.** Даны равнобедренный треугольник с основанием a и окружность с центром в одной из вершин треугольника. Известно, что одна из боковых сторон треугольника делится окружностью на

три равные части. Найти радиус окружности. Ответ  $R = \frac{a\sqrt{7}}{3}$

**ЗАДАЧА 10.2.26.** Дан равнобедренный треугольник ABC с боковыми сторонами AB = BC = 10 и основанием AC =  $\sqrt{80}$ . Найти радиус окружности, проходящей через вершины B и C, центр которой находится на высоте CD. Ответ: 6,25.

**ЗАДАЧА 10.2.40.** В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC точка D делит сторону BC в отношении 2:1, считая от вершины B, а точка E середина стороны AB. Известно, что медиана CQ треугольника CED равна  $\sqrt{23}/2$  и DE =  $\sqrt{23}/2$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника ABC. Ответ: R = 2,4.

**ЗАДАЧА 10.2.41.** В треугольнике ABC угол BAC равен 30°, AB = BC. На стороне AB как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AC в точке D. Найти расстояние от вершины C до центра

этой окружности, если CD=1. Ответ:  $\sqrt{\frac{7}{3}}$

**ЗАДАЧА 10.2.42.** На боковой стороне  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая основание этого треугольника в точке  $D$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, если  $AD = \sqrt{3}$ , а угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ . Ответ:  $\sqrt{7}$

**ЗАДАЧА 10.2.44.** На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая боковую сторону  $BC$  в точке  $D$  так, что  $BD : DC = 3:2$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $AD = 12/\sqrt{5}$ . Ответ: 18.

**ЗАДАЧА 10.2.48.** Площадь равнобедренного треугольника равна  $S$ , угол при вершине треугольника равен  $\alpha$ . Найти длины высот треугольника. Ответ:  $\sqrt{2S \sin \alpha}$ ,  $\sqrt{S \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$

**ЗАДАЧА 10.2.57.** Около равностороннего треугольника описана окружность радиуса  $2\sqrt{3}$  см, через центр которой проведена прямая, параллельная одной из сторон треугольника. Найти длину отрезка этой прямой, заключенного между двумя другими сторонами треугольника. Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.3.9.** Острый угол прямоугольного треугольника равен  $\alpha$ , радиус окружности, касающейся гипотенузы и продолжений двух катетов, равен  $R$ . Найти длину гипотенузы этого треугольника.

**ЗАДАЧА 10.3.23.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с гипотенузой  $AB$  проведена полуокружность радиусом 2, центр которой лежит на стороне  $AC$  и которая касается сторон  $AB$  и  $BC$ . Полуокружность радиусом 1 касается этой полуокружности и стороны  $AB$ , а центр ее также лежит на стороне  $AC$ . Найти длины сторон треугольника. Ответ:  $\sqrt{8}$ , 8,  $\sqrt{72}$ .

**ЗАДАЧА 10.3.25.** Катеты прямоугольного треугольника равны  $a$  и  $2a$ . Середина катета  $2a$  служит центром окружности с радиусом, равным  $a$ . На какие отрезки делится этой окружностью гипотенуза треугольника? Ответ:  $\frac{a}{\sqrt{5}}$ ,  $\frac{4a}{\sqrt{5}}$ .

**ЗАДАЧА 10.3.35.** Окружность, радиус которой касается гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника в вершине его острого угла и проходит через вершину прямого угла. Найти длину дуги, заключенной внутри треугольника. Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.3.38.** Окружность касается одного из катетов равнобедренного прямоугольного треугольника и проходит через вершину противоположного острого угла. Центр окружности лежит на гипотенузе треугольника, длина которой равна  $C$ . Найти радиус окружности. Ответ:  $C(\sqrt{2}-1)$

**ЗАДАЧА 10.1.24.** Пусть  $BD$  — высота треугольника  $ABC$ , точка  $E$  — середина стороны  $BC$ . Вычислить радиус круга, описанного около треугольника  $BDE$ , если длины сторон треугольника  $ABC$ :  $AB = 30$  см,  $BC = 26$  см и  $AC = 28$  см. Ответ: 16,9.

**ЗАДАЧА 10.1.62.** Из вершины тупого угла  $A$  треугольника  $ABC$  опущена высота  $AD$ . Из точки  $D$  радиусом равным  $AD$ , описана окружность, пересекающая стороны треугольника  $AB$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Вычислить длину стороны  $AC$ , если заданы длины отрезков  $AB = c$ ,  $AM = p$  и  $AN = m$ . Ответ:  $\frac{nc}{m}$

**ЗАДАЧА 10.1.10.** Найти площадь треугольника, вписанного в окружность, если концы его стороны, равной 20 см, отстоят от касательной, проведенной через противоположащую вершину на 25 см и 16 см. Ответ: 200.

**ЗАДАЧА 10.1.16.** В окружность вписан треугольник  $ABC$ . Расстояние от точек  $A$  и  $C$  до прямой, касающейся окружности в точке  $B$ , равны 4 и 9 см. Найти высоту треугольника, проведенную из вершины  $B$ . Ответ: 6.

## Треугольники и окружности

**ЗАДАЧА 10.6.7.** Диаметр окружности радиуса  $R$  является основанием правильного треугольника. Вычислить площадь той части треугольника, которая лежит вне данного круга. Ответ:  $\frac{R^2}{6}(3\sqrt{3}-\pi)$

**ЗАДАЧА 10.1.64.** Окружность проходит через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$  и сторону  $BC$  в точке  $F$ . Угол  $AEC$  в 5 раз больше угла  $BAF$ , а угол  $ABC$  равен  $72^\circ$ . Найти радиус окружности, если  $AC = 6$ . Ответ: 3. **ЗАДАЧА 10.6.8.** Дано круговое кольцо, площадь которого  $Q$ . Определить длину хорды большего круга, касательной к меньшему. Ответ:  $2\sqrt{\frac{Q}{\pi}}$

**ЗАДАЧА 10.1.68.** На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону  $AB$  в точке  $D$  так, что  $AD : DB = 12 : 5$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC = 26$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ . Ответ 170.

**ЗАДАЧА 10.1.38** Окружность, построенная на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре, проходит через середину стороны  $BC$  и пересекает сторону  $AB$  в точке  $D$  так, что  $AD = AB/3$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC = 1$ . Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**ЗАДАЧА 10.1.55.** Точка  $M$ , лежащая вне круга с диаметром  $AB$ , соединена с точками  $A$  и  $B$ . Отрезки  $MA$  и  $MB$  пересекают окружность в точках  $C$  и  $D$  соответственно. Площадь круга, вписанного в треугольник  $AMB$ , в 4 раза больше, чем площадь круга, вписанного в треугольник  $CMD$ . Найти меры углов треугольника  $AMB$ , если известно, что один из них в 2 раза больше другого.  
Ответ:  $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ .

**ЗАДАЧА 10.2.10.** Даны равнобедренный треугольник с основанием  $a$  и окружность с центром в одной из вершин треугольника. Известно, что одна из боковых сторон треугольника делится окружностью на три равные части. Найти радиус окружности. Ответ  $R = \frac{a\sqrt{7}}{3}$

**ЗАДАЧА 10.2.26.** Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  с боковыми сторонами  $AB = BC = 10$  и основанием  $AC = \sqrt{80}$ . Найти радиус окружности, проходящей через вершины  $B$  и  $C$ , центр которой находится на высоте  $CD$ . Ответ: 6,25.

**ЗАДАЧА 10.2.40.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  точка  $D$  делит сторону  $BC$  в отношении 2:1, считая от вершины  $B$ , а точка  $E$  середина стороны  $AB$ . Известно, что медиана  $CQ$  треугольника  $CED$  равна  $\sqrt{23}/2$  и  $DE = \sqrt{23}/2$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

Ответ:  $R = 2,4$ .

**ЗАДАЧА 10.2.41.** В треугольнике  $ABC$  угол  $BAC$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = BC$ . На стороне  $AB$  как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найти расстояние от вершины  $C$  до центра этой окружности, если  $CD=1$ . Ответ:  $\sqrt{\frac{7}{3}}$

**ЗАДАЧА 10.2.42.** На боковой стороне  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая основание этого треугольника в точке  $D$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, если  $AD = \sqrt{3}$ , а угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ . Ответ:  $\sqrt{7}$

**ЗАДАЧА 10.2.44.** На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая боковую сторону  $BC$  в точке  $D$  так, что  $BD : DC = 3:2$ . Найти площадь треугольника. Ответ: 18.

**ЗАДАЧА 10.2.48.** Площадь равнобедренного треугольника равна  $S$ , угол при вершине треугольника равен  $\alpha$ . Найти длины высот треугольника. Ответ:  $\sqrt{2S \sin \alpha}$ ,  $\sqrt{S \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$

**ЗАДАЧА 10.2.57.** Около равностороннего треугольника описана окружность радиуса  $2\sqrt{3}$  см, через центр которой проведена прямая, параллельная одной из сторон треугольника. Найти длину отрезка этой прямой, заключенного между двумя другими сторонами треугольника. Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.3.9.** Острый угол прямоугольного треугольника равен  $\alpha$ , радиус окружности, касающейся гипотенузы и продолжений двух катетов, равен  $R$ . Найти длину гипотенузы этого треугольника.

Сделайте хороший чертёж, обозначив все элементы. Ответ:  $\frac{R}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}$

**ЗАДАЧА 10.3.23.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с гипотенузой  $AB$  проведена полуокружность радиусом 2, центр которой лежит на стороне  $AC$  и которая касается сторон  $AB$  и  $BC$ . Полуокружность радиусом 1 касается этой полуокружности и стороны  $AB$ , а центр ее также лежит на стороне  $AC$ . Найти длины сторон треугольника. Ответ:  $\sqrt{8}$ , 8,  $\sqrt{72}$ .

**ЗАДАЧА 10.3.25.** Катеты прямоугольного треугольника равны  $a$  и  $2a$ . Середина катета  $2a$  служит центром окружности с радиусом, равным  $a$ . На какие отрезки делится этой окружностью гипотенуза треугольника? Ответ:  $\frac{a}{\sqrt{5}}$ ,  $\frac{4a}{\sqrt{5}}$ .

**ЗАДАЧА 10.3.35.** Окружность, радиус которой  $\frac{8}{\pi}$  касается гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника в вершине его острого угла и проходит через вершину прямого угла. Найти длину дуги, заключенной внутри треугольника. Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.3.38.** Окружность касается одного из катетов равнобедренного прямоугольного треугольника и проходит через вершину противоположного острого угла. Центр окружности лежит на гипотенузе треугольника, длина которой равна  $C$ . Найти радиус окружности. Ответ:  $C(\sqrt{2}-1)$

**ЗАДАЧА 10.1.24.** Пусть  $BD$  — высота треугольника  $ABC$ , точка  $E$  — середина стороны  $BC$ . Вычислить радиус круга, описанного около треугольника  $BDE$ , если длины сторон треугольника  $ABC$ :  $AB = 30$  см,  $BC = 26$  см и  $AC = 28$  см. Ответ: 16,9.

**ЗАДАЧА 10.1.62.** Из вершины тупого угла  $A$  треугольника  $ABC$  опущена высота  $AD$ . Из точки  $D$  радиусом равным  $AD$ , описана окружность, пересекающая стороны треугольника  $AB$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Вычислить длину стороны  $AC$ , если заданы длины отрезков  $AB = c$ ,  $AM = p$  и  $AN = m$ . Ответ:  $\frac{nc}{m}$

**ЗАДАЧА 10.1.10.** Найти площадь треугольника, вписанного в окружность, если концы его стороны, равной 20 см, отстоят от касательной, проведенной через противоположающую вершину на 25 см и 16 см. Ответ: 200.

**ЗАДАЧА 10.1.16.** В окружность вписан треугольник  $ABC$ . Расстояние от вершин  $A$  и  $C$  до прямой, касающейся окружности в точке  $B$ , равны 4 и 9. Найдите высоту треугольника, проведенную из вершины  $B$ . Ответ: 6.

## Окружность, вписанная в четырёхугольник

**ЗАДАЧА 10.4.2.** В равнобочную трапецию вписана окружность радиуса  $r$ . Верхнее основание трапеции в два раза меньше ее высоты. Найти площадь трапеции. Ответ:  $5r^2$ .

**ЗАДАЧА 10.4.6.** Периметр равнобедренной трапеции вдвое больше дайны вписанной окружности. Найти угол при основании трапеции. Ответ:  $\arcsin \frac{2}{\pi}$

**ЗАДАЧА 10.4.8.** Определить площадь круга, вписанного в прямоугольную трапецию с основаниями  $a$  и  $b$ . Ответ:  $\pi \frac{a^2 b^2}{(a+b)^2}$

**ЗАДАЧА 10.4.9.** Центр круга, вписанного в прямоугольную трапецию, отстоит от концов боковой стороны на 1 см и 2 см. Найти площадь трапеции. Ответ: 3,6.

**ЗАДАЧА 10.4.18.** В равнобедренную трапецию вписана окружность радиуса 2. Найти площадь трапеции, если длина боковой стороны равна 10. Ответ: 40. **ЗАДАЧА 10.4.19.** Около круга радиуса 2 см описана равнобедренная трапеция с острым углом  $30^\circ$ . Найти длину средней линии трапеции. Ответ: 8.

**ЗАДАЧА 10.4.22.** В равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса  $R$ , отношение длин боковой стороны и большего основания есть заданное число  $k$ . Найти длину меньшего основания. Ответ:  $a = 2R\sqrt{2k-1}$

**ЗАДАЧА 10.4.26.** Вокруг окружности описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен 0,8. Найти площадь трапеции. Ответ: 20. **ЗАДАЧА 10.4.29.** Около круга радиуса  $r = 2$  см описана равнобочная трапеция с площадью  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Найти длины сторон трапеции. Ответ: 5, 2, 5, 8.

**ЗАДАЧА 10.4.30.** Центр окружности, описанной в прямоугольную трапецию, удален от концов боковой стороны на расстояния  $l_1 = 4$  см и  $l_2 = 8$  см. Найти длину средней линии трапеции. Ответ:  $\frac{18\sqrt{5}}{5}$

**ЗАДАЧА 10.4.31.** Около круга радиуса  $r = 4$  см описана равнобочная трапеция, средняя линия которой  $l = 10$  см. Определить длины сторон трапеции. Ответ: 10, 4, 10, 16.

**ЗАДАЧА 10.4.32.** В равнобедренную трапецию, основания которой 8 см и 2 см, вписана окружность. Найти длину окружности. Ответ:  $4\pi$

**ЗАДАЧА 10.4.35.** Найти радиус окружности, вписанной в равнобочную трапецию, если периметр трапеции равен 2, а острый угол составляет  $30^\circ$ . Ответ: 0,25.

**ЗАДАЧА 10.4.46.** Дана равнобедренная описанная около окружности трапеция ABCD, в которой обе диагонали равны основанию AD. Найти углы при основании. Ответ:  $\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

**ЗАДАЧА 10.4.48.** Длины, боковых сторон трапеции равны 6 см и 10 см. В трапецию можно вписать окружность. Средняя линия делит трапецию на части, отношение площадей которых равно 5/11. Найти длины оснований трапеции. Ответ: 2, 14.

**ЗАДАЧА 10.4.49.** Средняя линия равнобедренной трапеции равна 5 см и она делит трапецию на части, отношение площадей которых равно 7/13. Найти длину высоты трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность. Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.4.51.** Площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна 32 см<sup>2</sup>. Найти длину боковой стороны, если угол при основании равен 30°. Ответ: 8.

**ЗАДАЧА 10.4.52.** В равнобедренную трапецию, верхнее основание которой равно 1, вписана окружность радиуса 1. Найти площадь трапеции. Ответ: 5.

**ЗАДАЧА 10.4.53.** Боковая сторона равнобедренной трапеции в 3 раза длиннее меньшего основания. Биссектрисы тупых углов этой трапеции пересекаются в точке, лежащей на основании. Найти отношение площади трапеции к площади треугольника, образованного меньшим основанием и биссектрисами. Ответ: 7.

**ЗАДАЧА 10.4.54.** В равнобедренную трапецию с основаниями BC = 18 и AD = 32 вписан круг. Найти площадь трапеции и площадь круга. Ответ: 144π

**ЗАДАЧА 10.4.55.** Около круга радиуса  $\sqrt{3}$  описана равнобедренная трапеция с острым углом 60°. Найти длину средней линии трапеции. Ответ:  $4\sqrt{3}$

**ЗАДАЧА 10.4.56.** Разность длин оснований трапеции равна 14 см, длины боковых сторон равны 13 см и 15 см. Вычислить площадь трапеции при условии, что в эту трапецию можно описать окружность. Ответ: 168.

**ЗАДАЧА 10.4.57.** Площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна S. Найти среднюю линию трапеции, если острый угол при основании равен  $\alpha$ . Ответ:  $\sqrt{\frac{S}{\sin \alpha}}$

**ЗАДАЧА 10.4.61.** Около круга радиуса 6 см описана равнобедренная трапеция, у которой основания относятся как 9 : 16. Определить боковую сторону трапеции. Ответ: 9, 16.

**ЗАДАЧА 10.4.59.** Около окружности с диаметром в 15 см описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 17 см. Найти основания трапеции. Ответ: 9, 25.

**ЗАДАЧА 10.4.62.** Центр окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, удален от концов боковой стороны на расстояния 8 см и 4 см. Найти среднюю линию трапеции. Ответ:  $\frac{18\sqrt{5}}{5}$

**ЗАДАЧА 10.4.67.** В прямоугольную трапецию вписана окружность. Найти ее радиус, если основания равны 2 и 3. Ответ: 1,2.

**ЗАДАЧА 10.4.73.** Боковая сторона описанной равнобедренной трапеции равна 12 см. Найти ее периметр. Ответ: 48.

**ЗАДАЧА 10.4.76.** В равнобедренную трапецию с боковой стороной, равной 9, вписана окружность радиусом 4. Найти площадь трапеции. Ответ: 72.

**ЗАДАЧА 10.4.77.** В равнобедренную трапецию площадью 28 см<sup>2</sup> вписана окружность радиуса 2 см. Найти боковую сторону трапеции. Ответ: 7.

**ЗАДАЧА 10.4.78.** Около окружности с радиусом 2 описана равнобедренная трапеция, площадь которой равна 20. Найти боковую сторону трапеции. Ответ: 5.

**ЗАДАЧА 10.4.80.** В равнобедренной трапеции, описанной около круга, отношение боковой стороны к меньшему основанию равно K. Найти углы трапеции и допустимые значения K.

Ответ:  $\alpha = \arccos \frac{K-1}{K}$      $\angle B = \pi - \arccos \frac{K-1}{K}$

**ЗАДАЧА 10.4.85.** Окружность радиуса 24 см касается большего основания и обеих боковых сторон равнобедренной трапеции. Найти большее основание трапеции, если центр окружности находится на расстоянии 40 см от точки пересечения продолжений боковых сторон трапеции. Ответ: 96.

**ЗАДАЧА 10.5.1.** В ромб, сторона которого 20 см, вписан круг. Найти площадь круга, если одна диагональ ромба больше другой в 4/3 раза. Ответ: 92, 16π

**ЗАДАЧА 10.5.7.** Найти углы ромба, если известно, что площадь вписанного и нею круга вдвое меньше площади ромба. Ответ:  $\alpha = \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right), 180^\circ - \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right)$ .

**ЗАДАЧА 10.5.14.** Дан ромб с острым углом  $\alpha$ . Какую часть ромба составляет от его площади площадь вписанного в него круга? Ответ:  $\frac{4}{\pi}$

**ЗАДАЧА 10.5.19.** Тупой угол ромба в 5 раз больше его острого угла. Во сколько раз сторона ромба больше радиуса вписанной в него окружности? Ответ: 4.

**ЗАДАЧА 10.5.26.** Определить угол ромба, зная его площадь  $Q$  и площадь вписанного в него круга  $S$ .

Ответ:  $\arcsin \frac{4S}{\pi a}$

## Описанная вокруг четырёхугольника окружность

**ЗАДАЧА 10.4.17.** В равнобедренной трапеции даны длины оснований 21 и 9 и длина высоты 8. Найти радиус описанной окружности. Ответ: 10,625.

**ЗАДАЧА 10.4.25.** Основания трапеции равны 4 см и 16 см. Найти ее площадь, если известно, что в трапецию можно вписать и вокруг нее можно описать окружность. Ответ: 80.

**ЗАДАЧА 10.4.58.** Найти диагональ и боковую сторону равнобокой трапеции с основаниями 20 см и 12 см, если известно, что центр описанной окружности лежит на большем основании трапеции.

Ответ:  $AB = 4 \cdot \sqrt{5}, BD = 8 \cdot \sqrt{5}$

**ЗАДАЧА 10.4.64.** Около трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  описана окружность радиуса 6 см. Центр описанной окружности лежит на основании  $AD$ . Основание  $BC$  равно 4 см. Определить площадь трапеции. Ответ:  $32\sqrt{2}$

**ЗАДАЧА 10.4.65.** Трапеция  $KLMN$  с основаниями  $LM$  и  $KN$  вписана в окружность, центр которой лежит на основании  $KN$ . Диагональ  $LN$  трапеции равна 4 см, а угол  $MNK$  равен  $60^\circ$ . Определить длину

основания  $LM$  трапеции. Ответ:  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

**ЗАДАЧА 10.4.86.** В трапеции  $ABCD$  меньшее основание  $BC = 7$ . Через вершины  $A, C$  и  $D$  проведена окружность, которая пересекает продолжение основания  $BC$  в точке  $E$ . Длина  $ED = 7\sqrt{3}$ , а угол  $EDA$  равен  $30^\circ$ . Найти длину боковой стороны  $AB$  Ответ: 7.

**ЗАДАЧА 10.4.90.** Основания равнобедренной трапеции равны 12 см и 20 см, а центр описанной около нее окружности лежит на большем основании. Вычислить площадь этой трапеции. Ответ: 128.

**ЗАДАЧА 10.6.6.** Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ , диагональ  $AC$  которого равна  $\sqrt{2}$ . Найти площадь круга, описанного около треугольника  $ABD$ , если известно, что  $\angle ABC = 105^\circ, \angle ACD = 42^\circ, \angle DAC = 63^\circ$ . Ответ:  $2\pi(2 - \sqrt{3})$

**ЗАДАЧА 10.6.16.** Найти сторону квадрата, вписанного в круг, площадь которого  $64 \text{ см}^2$ . Ответ:  $8\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

**ЗАДАЧА 10.1.14.** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса  $R$ . Точка  $D$  лежит на дуге  $BC$ , а хорды  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $M$ , Найти длину стороны  $BC$ , если  $\angle BMD = 120^\circ, AB = R, BM:MC = 2:3$ . Ответ  $BC = 5x = \frac{5}{\sqrt{7}} R$