

ЧАСТЬ А

1. Ответ рисунок 4
2. Ответ 15 минут (в состоянии покоя путь пройденный телом не меняется).
3. Воспользуемся пропорцией $\begin{cases} 210 \text{ га} & - 30 \% \\ x \text{ га} & - 100 \% \end{cases} \Rightarrow x = \frac{100\% \cdot 210 \text{ га}}{30\%} = 700 \text{ га}$
4. Будем решать пример по действиям

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{8} + 0,1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{9}{40} !!!$$

$$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Откуда получим $\frac{9}{4} : \frac{9}{40} - \frac{11}{4} = \frac{9}{4} \cdot \frac{40}{9} - \frac{11}{4} = 10 - \frac{11}{4} = \frac{40 - 11}{4} = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$.

5. По условию задачи $NO=MO$. Очевидно, что координаты точки $M(5;-3)$. Следовательно сумма координат равна 2.

6. Сумма углов треугольника равна 180. Следовательно $\alpha + 40 + 2 \cdot 40 = 180$. Значит $\alpha = 60$.

7. Пример решается через формулы сокращенного умножения

$$\begin{aligned} \frac{a^2 + 48}{a^2 - 16} - \frac{8}{a - 4} &= \frac{a^2 + 48}{(a - 4)(a + 4)} - \frac{8 \cdot (a + 4)}{(a - 4)(a + 4)} = \frac{a^2 + 48 - 8 \cdot (a + 4)}{(a - 4)(a + 4)} = \\ &= \frac{a^2 + 48 - 8a - 32}{(a - 4)(a + 4)} = \frac{a^2 - 8a + 16}{(a - 4)(a + 4)} = \frac{(a - 4)^2}{(a - 4)(a + 4)} = \frac{a - 4}{a + 4} \end{aligned}$$

8. Сделаем рисунок.

Очевидно, что все 4 треугольника равны по двум сторонам и углу между ними, или по стороне и двум углам, а значит, они имеют одинаковую площадь, причём площадь одного треугольника равна 6. Ответ: 24.

9. Воспользуемся свойствами степени $\frac{48^4}{16^4} = \left(\frac{48}{16}\right)^4 = 3^4 = 81$

10. Уравнение параболы имеет вид $y = ax^2 + bx + c$

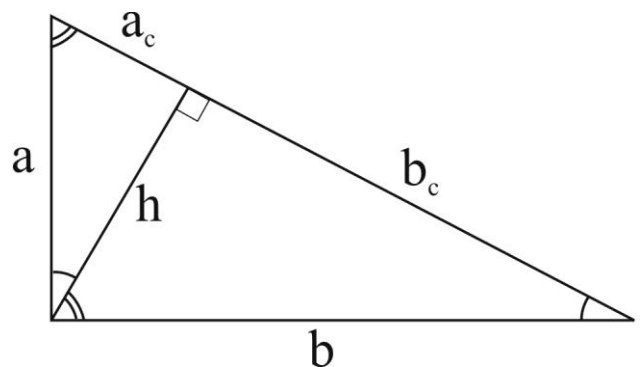
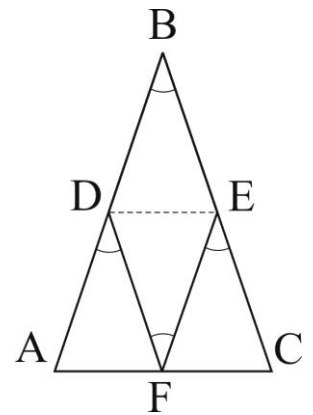
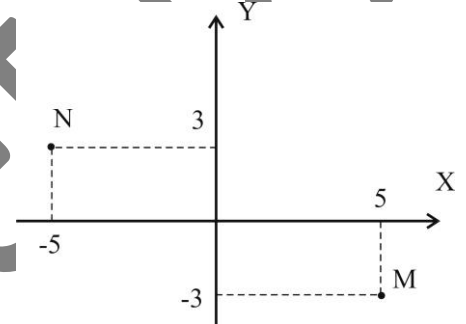
Из рисунка видно, что когда $x=0$, то $y=-3$. Так же видно, что ветви параболы смотрят вниз. Следовательно, перед x^2 стоит отрицательное число. Поэтому, нам могут подойти либо вариант $y = -x^2 - 3$ либо вариант $y = -x^2 + 8x - 3$.

Координата вершины параболы равна $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

В первом случае $x_0 = 0$, во втором случае $x_0 = 4$.

Следовательно, ответ 5 $y = -x^2 + 8x - 3$.

11. Сделаем рисунок.



Важнейшее свойство: квадрат высоты, проведённой из вершины прямого угла равен произведению проекций катетов на гипотенузу $h^2 = a_c \cdot b_c$.

Решим систему уравнений
$$\begin{cases} a_c \cdot b_c = 8^2 \\ b_c - a_c = 12 \end{cases}$$

$b_c = 16, a_c = 4$ Ответ: 20.

12. Если зависимость обратнопропорциональная, то она будет иметь вид $y = \frac{k}{x} \Rightarrow k = y \cdot x$

Зная координаты нашей точки, найдем $k = y_1 \cdot x_1 = (-2)(-5) = 10$

Значит наша зависимость примет вид $y = \frac{10}{x}$.

Теперь просто подберем точку. Нам подходит точка 4 - (5;2).

13. Имеем

$$\begin{cases} \frac{x-3}{4} - \frac{2x}{7} < 0 \\ \frac{x}{7} - \frac{x+5}{5} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28\left(\frac{x-3}{4}\right) - 28\left(\frac{2x}{7}\right) < 0 \\ 35\left(\frac{x}{7}\right) - 35\left(\frac{x+5}{5}\right) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7(x-3) - 4(2x) < 0 \\ 5x - 7(x+5) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x - 21 - 8x < 0 \\ 5x - 7x - 35 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -21 < x \\ -17,5 \geq x \end{cases} \Rightarrow -21 < x \leq -17,5$$

Следовательно, наибольшее целое -18.

14. Воспользуемся формулами приведения. Согласно им

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

$$\operatorname{tg}(2\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

Имеем $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(2\pi + \alpha) = -\sin^2 \alpha + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$

Ответ 2.

15. Имеем
$$\frac{5-x}{5-x} - \frac{2x^2-x-45}{5-x} = 0 \Rightarrow \frac{5-x-(2x^2-x-45)}{5-x} = 0 \Rightarrow \frac{5-x-2x^2+x+45}{5-x} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{-2x^2+50}{5-x} = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5.$$

Ответ $x=-5$ (так как 5 не подходит по ОДЗ)

Второй вариант решения. Разложим квадратный трехчлен в числителе на множители. Имеем

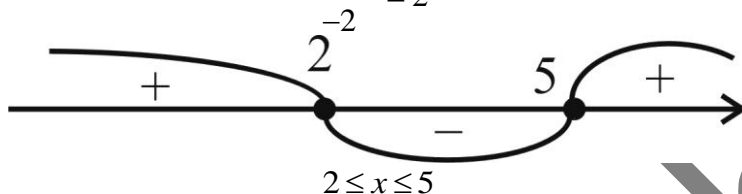
$$1 - \frac{2x^2 - x - 45}{5 - x} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2(x-5)\left(x + \frac{9}{2}\right)}{5-x} = 0 \Rightarrow 1 - 2\left(x + \frac{9}{2}\right) = 0 \Rightarrow 1 - 2x - 9 = 0 \Rightarrow x = -5$$

16. Имеем

$$3x - (x^2 - 4x + 4) - 6 \geq 0 \Rightarrow 3x - x^2 + 4x - 4 - 6 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 7x - 10 \geq 0 \Rightarrow$$

$$D = 7^2 - 4(-1)(-10) = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 3}{-2} = \frac{-7-3}{-2} = 5 \quad \Rightarrow -1 \cdot (x-5)(x-2) \geq 0 \Rightarrow (x-5)(x-2) \leq 0$$

$$\frac{-7+3}{-2} = 2$$



$$2 \leq x \leq 5$$

То есть решениями неравенства являются целые числа 2,3,4,5. Значит у нас 4 решения.

17. $\cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 - 1 = \frac{18}{49} - 1 = \frac{18}{49} - \frac{49}{49} = -\frac{31}{49}$

18. Имеем

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 > x^2 - 3x - 4 - \text{нет решений} \\ x^2 - 3x - 4 < -(x^2 - 3x - 4) \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x - 4 + x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x - 4) < 0 \Rightarrow$$

$$2(x-4)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow \langle x \rangle = \frac{0+1+2+3}{4} = \frac{6}{4} = 1,5$$

ЧАСТЬ Б

1. Наибольшее значение функция будет иметь при минимальном значении знаменателя. В знаменателе квадратичная функция, графиком которой является парабола, с ветвями направленными вверх. Значит, минимальное значение функции будет в вершине параболы. Вспомним, что уравнение параболы имеет вид $y = ax^2 + bx + c$

Координата вершины равна $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 6} = -\frac{1}{6}$. Следовательно

$$y_{\max} = \frac{5}{6 \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{6}\right) + 1} = \frac{5}{\frac{1}{6} - \frac{1}{3} + 1} = \frac{5}{\frac{1}{6} - \frac{2}{6} + \frac{6}{6}} = \frac{30}{5} = 6$$

2. Будем решать задачу в лоб. Пусть x искомое число. Прибавляем 10 и получаем число $x + 10$.

Пусть $x - 100\%$
 $x+10 - a\%$

Составляем пропорцию $\frac{a}{100} = \frac{x+10}{x}$. Отсюда $a = \frac{x+10}{x} \cdot 100\%$

Найдём на сколько процентов увеличилось число x после прибавления к нему 10.

$$a\% - 100\% = \frac{x+10}{x} \cdot 100\% - 100\% = \left(\frac{x+10}{x} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{10}{x}\right) \cdot 100\%$$

Во втором случае число $x + 10$ увеличили на такое же количество процентов и получили 45.

$$x + 10 + \frac{(x+10) \cdot \left(\frac{10}{x}\right) \cdot 100}{100} = 45 \text{ (если бы число } x+10 \text{ увеличивалось на } 5\%, \text{ то получалось бы}$$

$$x + 10 + \frac{(x+10) \cdot 5}{100} = 45, \text{ если бы на } 20\%, \text{ то получалось бы } x + 10 + \frac{(x+10) \cdot 20}{100} = 45, \text{ а здесь мы}$$

увеличиваем на $\left(\frac{10}{x}\right) \cdot 100$ процентов).

$$(x+10) \cdot \left(1 + \left(\frac{10}{x}\right)\right) = 45$$

$$\frac{(x+10)^2}{x} = 45$$

$$x^2 + 20x + 100 = 45x \Rightarrow x^2 - 25x + 100 = 0$$

Итого имеем $D = 25^2 - 400 = 225 = 15^2$

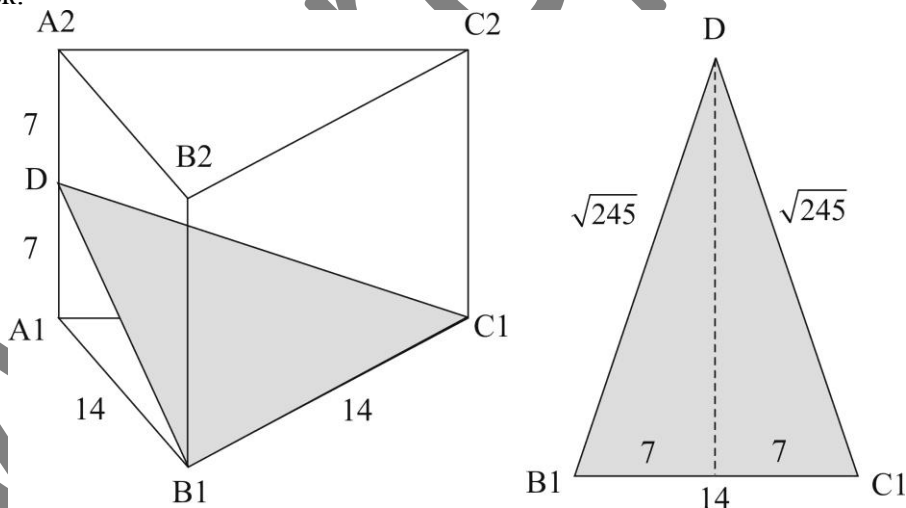
$$x_{1,2} = \frac{25 \pm 15}{2} \Rightarrow x_1 = 20$$

$$x_2 = 5$$

Так как по условию число однозначное, то ответ 5.

Гораздо проще можно решить задачу, если учесть, что увеличение числа на одинаковое количество процентов означает увеличение числа в одинаковое количество раз, т.е. $\frac{x+10}{x} = \frac{45}{x+10}$.

3. Сделаем чертёж.



Рассмотрим прямоугольный треугольник DA_1B_1 . По теореме Пифагора найдём, что $DB_1 = \sqrt{245}$.

Теперь рассмотрим равнобедренный треугольник DC_1B_1 . Найдём высоту, проведённую к основанию. Она равна 14. Тогда площадь сечения равна 98.

Ответ: 98.

4. Избавляемся от иррациональностей в знаменателе

$$\frac{15(\sqrt{6}-1)}{(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)} + \frac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} - \frac{12(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})} + 4 =$$

$$\frac{15(\sqrt{6}-1)}{6-1} + \frac{2(\sqrt{6}+2)}{6-4} - \frac{12(3+\sqrt{6})}{9-6} + 4 = \frac{15(\sqrt{6}-1)}{5} + \frac{2(\sqrt{6}+2)}{2} - \frac{12(3+\sqrt{6})}{3} + 4 =$$

$$= 3(\sqrt{6}-1) + (\sqrt{6}+2) - 4(3+\sqrt{6}) + 4 = 3\sqrt{6} - 3 + \sqrt{6} + 2 - 12 - 4\sqrt{6} + 4 = -3 + 2 - 12 + 4 = -9$$

5. Обозначим $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = x$, тогда $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Тогда

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

Итого имеем $6\sqrt{7} \sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\right) = 6 \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = 14$

6. Имеем три числа a_1 , a_6 , a_{16} , образующих геометрическую прогрессию. При этом

$$\begin{cases} a_6^2 = a_1 \cdot a_{16} & (1) \\ a_1 + a_6 + a_{16} = 84 & (2) \\ a_6 = a_1 + 5d & (3) \\ a_{16} = a_1 + 15d & (4) \end{cases} \Rightarrow$$

Подставим уравнения 3 и 4 в уравнение 2.

Получим $a_1 + a_1 + 5d + a_1 + 15d = 84 \Rightarrow 3a_1 + 20d = 84 \Rightarrow a_1 = \frac{84 - 20d}{3}$

Подставим a_1 в уравнение 3 и 4. Получим

$$\begin{cases} a_6 = \frac{84 - 20d}{3} + 5d = \frac{84 - 5d}{3} \\ a_{16} = \frac{84 - 20d}{3} + 15d = \frac{84 + 25d}{3} \end{cases}$$

Теперь подставим a_6 и a_{16} в первое уравнение. Получим

$$\left(\frac{84 - 5d}{3}\right)^2 = \left(\frac{84 - 20d}{3}\right)\left(\frac{84 + 25d}{3}\right) \Rightarrow 84^2 - 2 \cdot 84 \cdot 5d = 84^2 + 84 \cdot 25d - 20 \cdot 25d^2 - 20 \cdot 84d$$

После приведения подобных слагаемых получим

$d = 0$ – не удовлетворяет условию

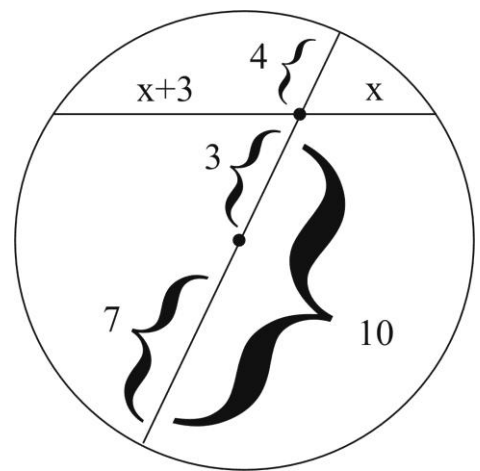
$$525d^2 - 15 \cdot 84d = 0 \Rightarrow d = \frac{84}{35} = \frac{12}{5}$$

Следовательно $a_{16} = \frac{84 + 25 \cdot \frac{12}{5}}{3} = \frac{144}{3} = 48$

7. Сделаем чертёж.

По свойству хорд в окружности $(x+3) \cdot x = 10 \cdot 4$.

Решаем квадратное уравнение и получаем, что $x = 5$.

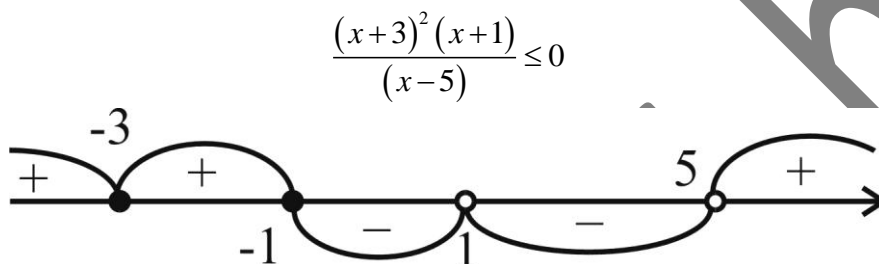


Ответ: 13.

8. Имеем

$$\frac{(x^3 + 3x^2 - x - 3)(3+x)}{(x-1)(x-5)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x^2(x+3) - 1(x+3))(3+x)}{(x-1)(x-5)} \leq 0 \Rightarrow$$
$$\frac{(x+3)(x^2-1)(3+x)}{(x-1)(x-5)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x+3)^2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-5)} \leq 0$$

Точку $x=1$ мы просто выколем и потом сможет сократить на $(x-1)$. Точку 5 тоже выкалываем из решения. Получим



Решениями неравенства являются числа -3, -1, 0, 2, 3, 4. Их сумма равна 5.

9. Из второго уравнения выразим x . Имеем

$$x - 3y - 11 = 3(x + 2y) \Rightarrow x - 3y - 11 = 3x + 6y \Rightarrow -6y - 3y - 11 = 3x - x \Rightarrow -9y - 11 = 2x \Rightarrow x = \frac{-9y - 11}{2}$$

Подставим в первое уравнение $\left(\frac{-9y-11}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-9y-11}{2}\right)y + 2y^2 + 2\left(\frac{-9y-11}{2}\right) + 4y = 0$

После долгих и муторных преобразований (которые Вы просто обязаны сделать сами) получаем уравнение

$$35y^2 + 112y + 77 = 0 \Rightarrow \begin{aligned} y_1 = -2,2 &\Rightarrow x_1 = 4,4 \\ y_2 = -1 &\Rightarrow x_2 = -1 \end{aligned}$$

Первый корень не подходит по ОДЗ $x + 2y \neq 0$. Следовательно, ответ 0.

10. Рекомендую скачать у меня с сайта www.repet.by тему «Уравнения» (она в свободном доступе) и внимательно изучить все темы, разобранные в ней.

11. Приравняем к нулю знаменатель первой дроби и найдем корни. Имеем

$$10x - 8 - 2x^2 = -2(x-4)(x-1)$$

Уравнение примет вид (сократим одинаковые слагаемые $\frac{3}{x-3}$ и запомним, что $x \neq 3$)

$$\frac{6x^2 - 5x + 1}{-2(x-4)(x-1)} + \frac{5x^2 - 3}{2(x-1)(x-4)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-(6x^2 - 5x + 1)}{2(x-4)(x-1)} + \frac{5x^2 - 3}{2(x-1)(x-4)} + \frac{(x-1)(x-4)}{2(x-1)(x-4)} = 0$$
$$\frac{-6x^2 + 5x - 1 + 5x^2 - 3 + (x-1)(x-4)}{2(x-4)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 5x - 4 + x^2 - 5x + 4}{2(x-4)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{0}{2(x-4)(x-1)} = 0$$

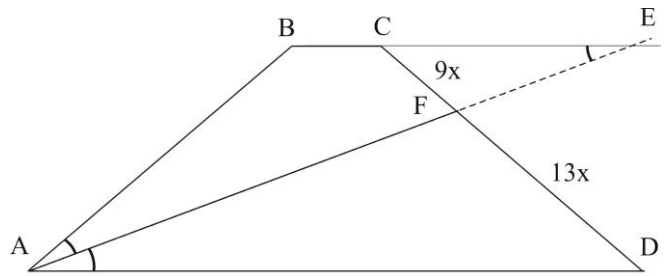
Получается, что решением данного уравнения является любое число, кроме 4, 3 и 1 (согласно ОДЗ). Таким образом, сумма целых корней принадлежащих промежутку $[1; 6]$ будет равна

$$2 + 5 + 6 = 13$$

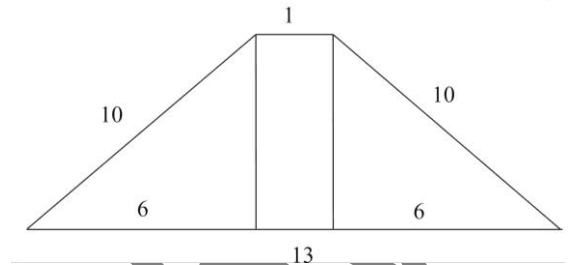
12. Продлим биссектрису AF до пересечения с продолжением основания BC в точке E.

Получаем равнобедренный треугольник ABE. Т.к. BE = 10, То CE = 9.

Треугольники AFD и EFC подобны с коэффициентом подобия 13:9. Значит, AD = 13.



Теперь найдём площадь трапеции. Сначала определим, что высота трапеции равна 8. Тогда её площадь равна 56.



13. Домножим правую и левую части на сопряжённые множители

$(\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+8} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x+3})(\sqrt{6} \cdot \sqrt{x+8} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x+6})$. Получим

$$(\sqrt{8} + \sqrt{3})(x^2 - 24)(\sqrt{6} \cdot \sqrt{x+8} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{x+3}) = 2(24 - x^2)(\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+8} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x+3})$$

$$(x^2 - 24) \left[(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{6} \cdot \sqrt{x+8} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{x+3}) + (\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+8} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x+3}) \right] = 0$$

То есть

$$x = \pm \sqrt{24}$$

так как

$$\left[(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{6} \cdot \sqrt{x+8} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{x+3}) + (\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+8} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x+3}) \right]$$

всегда больше нуля. Корень $x = -\sqrt{24}$ не подходит. Значит ответ $x^2 = 24$

WWW.ERP.RU