ЧАСТЬ А

1. Ответ рисунок 4

2. Ответ 15 минут (в состоянии покоя путь пройденный телом не меняется).

3. Воспользуемся пропорцией $\begin{cases} 210\ га - 30\ \% \\ x\ га\ \ -100\ \% \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{100\% \cdot 210\ га}{30\%} = 700\ га$

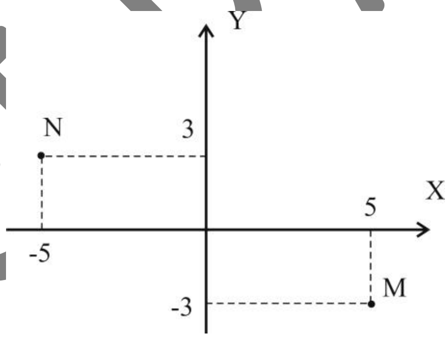
4. Будем решать пример по действиям

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{8} + 0{,}1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{9}{40}\ !!!$$

$$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Откуда получим $\dfrac{9}{4} : \dfrac{9}{40} - \dfrac{11}{4} = \dfrac{9}{4} \cdot \dfrac{40}{9} - \dfrac{11}{4} = 10 - \dfrac{11}{4} = \dfrac{40 - 11}{4} = \dfrac{29}{4} = 7\dfrac{1}{4}$.



5. По условию задачи NO=MO. Очевидно, что координаты точки M (5;-3). Следовательно сумма координат равна 2.

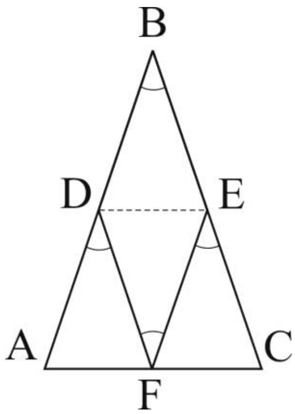
6. Сумма углов треугольника равна 180. Следовательно $\alpha + 40 + 2 \cdot 40 = 180$. Значит $\alpha = 60$.

7. Пример решается через формулы сокращенного умножения

$$\frac{a^2+48}{a^2-16} - \frac{8}{a-4} = \frac{a^2+48}{(a-4)(a+4)} - \frac{8 \cdot (a+4)}{(a-4)(a+4)} = \frac{a^2+48-8 \cdot (a+4)}{(a-4)(a+4)} =$$

$$= \frac{a^2+48-8a-32}{(a-4)(a+4)} = \frac{a^2-8a+16}{(a-4)(a+4)} = \frac{(a-4)^2}{(a-4)(a+4)} = \frac{a-4}{a+4}$$

8. Сделаем рисунок.



Очевидно, что все 4 треугольника равны по двум сторонам и углу между ними, или по стороне и двум углам, а значит, они имеют одинаковую площадь, причём площадь одного треугольника равна 6. Ответ: 24.

9. Воспользуемся свойствами степени $\dfrac{48^4}{16^4} = \left(\dfrac{48}{16}\right)^4 = 3^4 = 81$

10. Уравнение параболы имеет вид $y = ax^2 + bx + c$

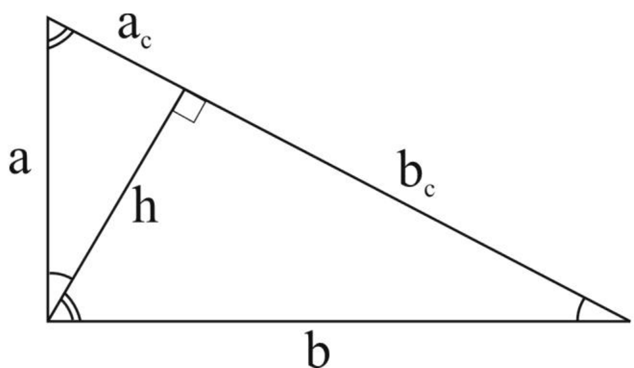
Из рисунка видно, что когда x=0, то y=-3. Так же видно, что ветви параболы смотрят вниз. Следовательно, перед x^2 стоит отрицательное число. Поэтому, нам могут подойти либо вариант $y = -x^2 - 3$ либо вариант $y = -x^2 + 8x - 3$.

Координата вершины параболы равна $x_в = -\dfrac{b}{2a}$.

В первом случае $x_в = 0$, во втором случае $x_в = 4$.

Следовательно, ответ 5 $y = -x^2 + 8x - 3$.

11. Сделаем рисунок.



Важнейшее свойство: квадрат высоты, проведённой из вершины прямого угла равен произведению проекций катетов на гипотенузу $h^2 = a_c \cdot b_c$.

Решим систему уравнений $\begin{cases} a_c \cdot b_c = 8^2 \\ b_c - a_c = 12 \end{cases}$

$b_c = 16, a_c = 4$ Ответ: 20.

12. Если зависимость обратнопропорциональная, то она будет иметь вид $y = \frac{k}{x} \Rightarrow k = y \cdot x$

Зная координаты нашей точки, найдем $k = y_1 \cdot x_1 = (-2)(-5) = 10$

Значит наша зависимость примет вид $y = \frac{10}{x}$.

Теперь просто подберем точку. Нам подходит точка 4 - (5;2).

13. Имеем

$$\begin{cases} \frac{x-3}{4} - \frac{2x}{7} < 0 \\ \frac{x}{7} - \frac{x+5}{5} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28\left(\frac{x-3}{4}\right) - 28\left(\frac{2x}{7}\right) < 0 \\ 35\left(\frac{x}{7}\right) - 35\left(\frac{x+5}{5}\right) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7(x-3) - 4(2x) < 0 \\ 5x - 7(x+5) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x - 21 - 8x < 0 \\ 5x - 7x - 35 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -21 < x \\ -17,5 \geq x \end{cases} \Rightarrow -21 < x \leq -17,5$$

Следовательно, наибольшее целое -18.

14. Воспользуемся формулами приведения. Согласно им

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\mathrm{ctg}\alpha$$

$$\mathrm{tg}(2\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\alpha$$

Имеем $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)\sin(\pi + \alpha) - \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\mathrm{tg}(2\pi + \alpha) = -\sin^2\alpha + \mathrm{ctg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$

Ответ 2.

15. Имеем $\frac{5-x}{5-x} - \frac{2x^2 - x - 45}{5-x} = 0 \Rightarrow \frac{5 - x - (2x^2 - x - 45)}{5-x} = 0 \Rightarrow \frac{5 - x - 2x^2 + x + 45}{5-x} = 0 \Rightarrow$

$$\frac{-2x^2 + 50}{5-x} = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5.$$

Ответ x=-5 (так как 5 не подходит по ОДЗ)

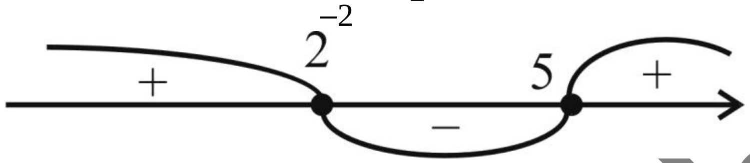
Второй вариант решения. Разложим квадратный трехчлен в числителе на множители. Имеем

$$1 - \frac{2x^2 - x - 45}{5-x} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2(x-5)\left(x + \frac{9}{2}\right)}{5-x} = 0 \Rightarrow 1 - 2\left(x + \frac{9}{2}\right) = 0 \Rightarrow 1 - 2x - 9 = 0 \Rightarrow x = -5$$

16. Имеем

$$3x-\left(x^2-4x+4\right)-6\ge 0\Rightarrow 3x-x^2+4x-4-6\ge 0\Rightarrow -x^2+7x-10\ge 0\Rightarrow$$

$$D=7^2-4(-1)(-10)=9\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-7\pm 3}{-2}=\begin{matrix}\dfrac{-7-3}{-2}=5\\ \dfrac{-7+3}{-2}=2\end{matrix}\Rightarrow -1\cdot(x-5)(x-2)\ge 0\Rightarrow (x-5)(x-2)\le 0$$



$2\le x\le 5$

То есть решениями неравенства являются целые числа 2,3,4,5. Значит у нас 4 решения.

17. $\cos 2\alpha = 2\cdot\cos^2\alpha-1=2\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^2-1=\frac{18}{49}-1=\frac{18}{49}-\frac{49}{49}=-\frac{31}{49}$

18. Имеем

$$\left[\begin{array}{l} x^2-3x-4>x^2-3x-4 - \text{нет решений}\\ x^2-3x-4<-\left(x^2-3x-4\right)\end{array}\right.\Rightarrow x^2-3x-4+x^2-3x-4<0\Rightarrow 2\left(x^2-3x-4\right)<0\Rightarrow$$

$$2(x-4)(x+1)<0\Rightarrow -1<x<4\Rightarrow \langle x\rangle=\frac{0+1+2+3}{4}=\frac{6}{4}=1{,}5$$

ЧАСТЬ Б

1. Наибольшее значение функция будет иметь при минимальном значении знаменателя. В знаменателе квадратичная функция, графиком которой является парабола, с ветвями направленными вверх. Значит, минимальное значение функции будет в вершине параболы. Вспомним, что уравнение параболы имеет вид $y=ax^2+bx+c$

Координата вершины равна $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot 6}=-\frac{1}{6}$. Следовательно

$$y_{\max}=\frac{5}{6\left(-\frac{1}{6}\right)^2+2\left(-\frac{1}{6}\right)+1}=\frac{5}{\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+1}=\frac{5}{\frac{1}{6}-\frac{2}{6}+\frac{6}{6}}=\frac{30}{5}=6$$

2. Будем решать задачу в лоб. Пусть x искомое число. Прибавляем 10 и получаем число x + 10.

Пусть x – 100%
x+10 – a%

Составляем пропорцию $\frac{a}{100}=\frac{x+10}{x}$. Отсюда $a=\frac{x+10}{x}\cdot 100\%$

Найдём на сколько процентов увеличилось число x после прибавления к нему 10.

$$a\%-100\%=\frac{x+10}{x}\cdot 100\%-100\%=\left(\frac{x+10}{x}-1\right)\cdot 100\%=\left(\frac{10}{x}\right)\cdot 100\%$$

Во втором случае число x + 10 увеличили на такое же количество процентов и получили 45.

$$x+10+\frac{(x+10)\cdot\left(\frac{10}{x}\right)\cdot 100}{100}=45$$ (если бы число x+10 увеличивалось на 5%, то получалось бы

$x+10+\frac{(x+10)\cdot 5}{100}=45$, если бы на 20%, то получалось бы $x+10+\frac{(x+10)\cdot 20}{100}=45$, а здесь мы увеличиваем на $\left(\frac{10}{x}\right)\cdot 100$ процентов).

$$(x+10)\cdot\left(1+\left(\frac{10}{x}\right)\right)=45$$

$$\frac{(x+10)^2}{x}=45$$

$$x^2+20x+100=45x \Rightarrow x^2-25x+100=0$$

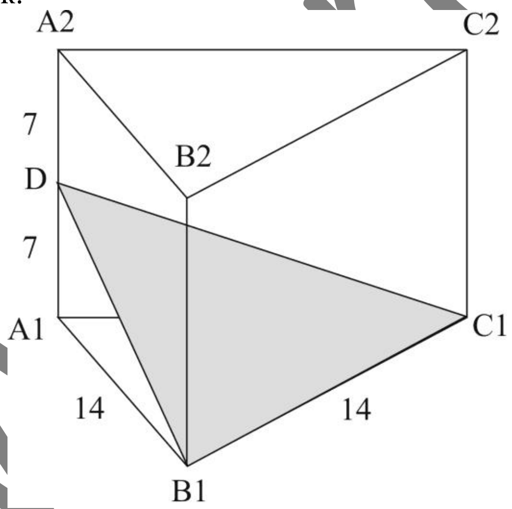
Итого имеем $D=25^2-400=225=15^2$

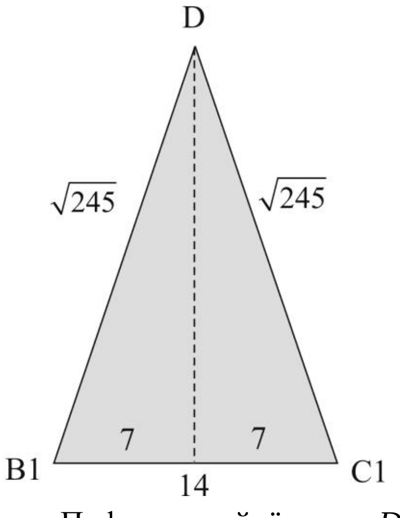
$$x_{1,2}=\frac{25\pm 15}{2}\Rightarrow \begin{matrix} x_1=20 \\ x_2=5 \end{matrix}$$

Так как по условию число однозначное, то ответ 5.

Гораздо проще можно решить задачу, если учесть, что увеличение числа на одинаковое количество процентов означает увеличение числа в одинаковое количество раз, т.е. $\frac{x+10}{x}=\frac{45}{x+10}$.

3. Сделаем чертёж.





Рассмотрим прямоугольный треугольник DA_1B_1. По теореме Пифагора найдём, что $DB_1=\sqrt{245}$.
Теперь рассмотрим равнобедренный треугольник DC_1B_1. Найдём высоту, проведённую к основанию. Она равна 14. Тогда площадь сечения равна 98.
Ответ: 98.

4. Избавляемся от иррациональностей в знаменателе

$$\frac{15\left(\sqrt{6}-1\right)}{\left(\sqrt{6}+1\right)\left(\sqrt{6}-1\right)}+\frac{2\left(\sqrt{6}+2\right)}{\left(\sqrt{6}-2\right)\left(\sqrt{6}+2\right)}-\frac{12\left(3+\sqrt{6}\right)}{\left(3-\sqrt{6}\right)\left(3+\sqrt{6}\right)}+4=$$

$$\frac{15\left(\sqrt{6}-1\right)}{6-1}+\frac{2\left(\sqrt{6}+2\right)}{6-4}-\frac{12\left(3+\sqrt{6}\right)}{9-6}+4=\frac{15\left(\sqrt{6}-1\right)}{5}+\frac{2\left(\sqrt{6}+2\right)}{2}-\frac{12\left(3+\sqrt{6}\right)}{3}+4=$$

$$=3\left(\sqrt{6}-1\right)+\left(\sqrt{6}+2\right)-4\left(3+\sqrt{6}\right)+4=3\sqrt{6}-3+\sqrt{6}+2-12-4\sqrt{6}+4=-3+2-12+4=-9$$

5. Обозначим $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)=x$, тогда $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{3},\ 0<x<\frac{\pi}{2}$. Тогда

$\sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Итого имеем $6\sqrt{7}\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\right)=6\cdot\sqrt{7}\cdot\frac{\sqrt{7}}{3}=14$

6. Имеем три числа $a_1,\ a_6,\ a_{16}$, образующих геометрическую прогрессию. При этом

$$\begin{cases} a_6^2=a_1\cdot a_{16} & (1)\\ a_1+a_6+a_{16}=84 & (2)\\ a_6=a_1+5d & (3)\\ a_{16}=a_1+15d & (4)\end{cases}\Rightarrow$$

Подставим уравнения 3 и 4 в уравнение 2.

Получим $a_1+a_1+5d+a_1+15d=84\Rightarrow 3a_1+20d=84\Rightarrow a_1=\frac{84-20d}{3}$

Подставим a_1 в уравнение 3 и 4. Получим

$$\begin{cases} a_6=\frac{84-20d}{3}+5d=\frac{84-5d}{3}\\ a_{16}=\frac{84-20d}{3}+15d=\frac{84+25d}{3}\end{cases}$$

Теперь подставим a_6 и a_{16} в первое уравнение. Получим

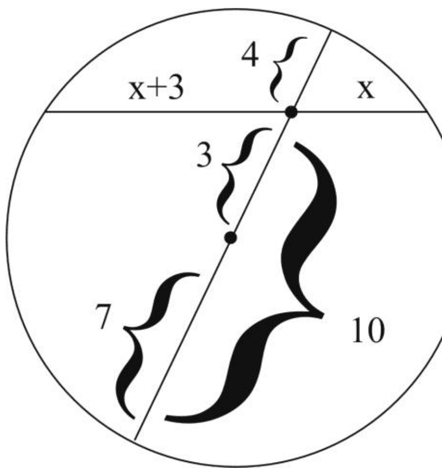
$$\left(\frac{84-5d}{3}\right)^2=\left(\frac{84-20d}{3}\right)\left(\frac{84+25d}{3}\right)\Rightarrow 84^2-2\cdot84\cdot5d=84^2+84\cdot25d-20\cdot25d^2-20\cdot84d$$

После приведения подобных слагаемых получим

$$525d^2-15\cdot84d=0\Rightarrow \begin{array}{l} d=0-\textit{не удовлетворяет условию}\\ d=\frac{84}{35}=\frac{12}{5}\end{array}$$

Следовательно $a_{16}=\frac{84+25\cdot\frac{12}{5}}{3}=\frac{144}{3}=48$

7. Сделаем чертёж.



По свойству хорд в окружности $(x+3)\cdot x=10\cdot4$.

Решаем квадратное уравнение и получаем, что x =5.

Ответ: 13.

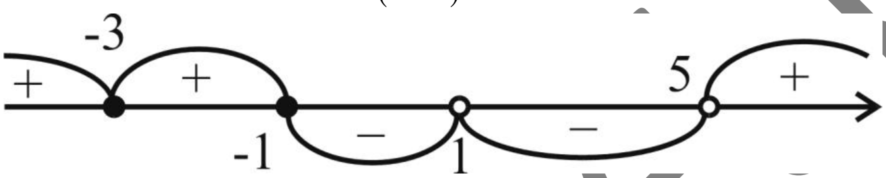
8. Имеем

$$\frac{(x^3+3x^2-x-3)(3+x)}{(x-1)(x-5)}\le 0 \Rightarrow \frac{(x^2(x+3)-1(x+3))(3+x)}{(x-1)(x-5)}\le 0 \Rightarrow$$

$$\frac{(x+3)(x^2-1)(3+x)}{(x-1)(x-5)}\le 0 \Rightarrow \frac{(x+3)^2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-5)}\le 0$$

Точку x=1 мы просто выколем и потом сможет сократить на (x-1). Точку 5 тоже выкалываем из решения. Получим

$$\frac{(x+3)^2(x+1)}{(x-5)}\le 0$$



Решениями неравенства являются числа -3, -1, 0, 2, 3,4. Их сумма равна 5.

9. Из второго уравнения выразим *x*. Имеем

$$x-3y-11=3(x+2y)\Rightarrow x-3y-11=3x+6y\Rightarrow -6y-3y-11=3x-x\Rightarrow -9y-11=2x\Rightarrow x=\frac{-9y-11}{2}$$

Подставим в первое уравнение $\left(\frac{-9y-11}{2}\right)^2+3\left(\frac{-9y-11}{2}\right)y+2y^2+2\left(\frac{-9y-11}{2}\right)+4y=0$

После долгих и муторных преобразований (которые Вы просто обязаны сделать сами) получаем уравнение

$$35y^2+112y+77=0\Rightarrow \begin{matrix} y_1=-2,2\Rightarrow x_1=4,4 \\ y_2=-1\Rightarrow x_2=-1 \end{matrix}$$

Первый корень не подходит по ОДЗ $x+2y\ne 0$. Следовательно, ответ 0.

10. Рекомендую скачать у меня с сайта www.repet.by тему «Уравнения» (она в свободном доступе) и внимательно изучить все темы, разобранные в ней.

11. Приравняем к нулю знаменатель первой дроби и найдем корни. Имеем

$$10x-8-2x^2=-2(x-4)(x-1)$$

Уравнение примет вид (сократим одинаковые слагаемые $\frac{3}{x-3}$ и запомним, что $x\ne 3$)

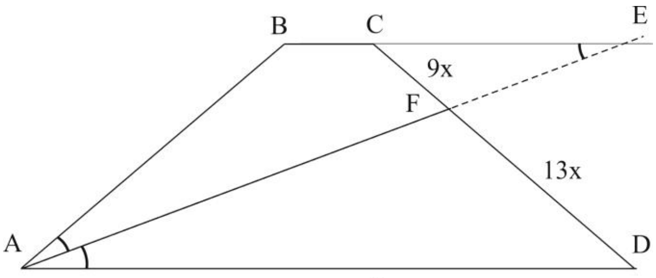
$$\frac{6x^2-5x+1}{-2(x-4)(x-1)}+\frac{5x^2-3}{2(x-1)(x-4)}=-\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{-(6x^2-5x+1)}{2(x-4)(x-1)}+\frac{5x^2-3}{2(x-1)(x-4)}+\frac{(x-1)(x-4)}{2(x-1)(x-4)}=0$$

$$\frac{-6x^2+5x-1+5x^2-3+(x-1)(x-4)}{2(x-4)(x-1)}=0\Rightarrow \frac{-x^2+5x-4+x^2-5x+4}{2(x-4)(x-1)}=0\Rightarrow \frac{0}{2(x-4)(x-1)}=0$$

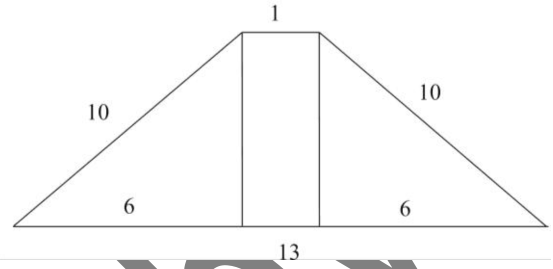
Получается, что решением данного уравнения является любое число, кроме 4,3 и 1 (согласно ОДЗ). Таким образом, сумма целых корней принадлежащих промежутку [1;6] будет равна

2+5+6=13

12. Продлим биссектрису AF до пересечения с продолжением основания BC в точке E.
Получаем равнобедренный треугольник ABE. Т.к. BE = 10, То CE = 9.
Треугольники AFD и EFC подобны с коэффициентом подобия 13:9. Значит, AD = 13.



Теперь найдём площадь трапеции. Сначала определим, что высота трапеции равна 8. Тогда её площадь равна 56.



13. Домножим правую и левую части на сопряжённые множители $\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+8}+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x+3}\right)\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt{x+8}+\sqrt{x}\cdot\sqrt{2x+6}\right)$. Получим

$$\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\left(x^2-24\right)\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt{x+8}+\sqrt{2x}\cdot\sqrt{x+3}\right)=2\left(24-x^2\right)\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+8}+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x+3}\right)$$
$$\left(x^2-24\right)\left[\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt{x+8}+\sqrt{2x}\cdot\sqrt{x+3}\right)+\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+8}+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x+3}\right)\right]=0$$

То есть

$$x=\pm\sqrt{24}$$

так как

$$\left[\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt{x+8}+\sqrt{2x}\cdot\sqrt{x+3}\right)+\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+8}+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x+3}\right)\right]$$

всегда больше нуля. Корень $x=-\sqrt{24}$ не подходит. Значит ответ $x^2=24$