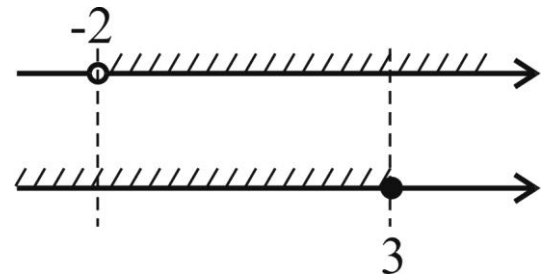


1. Так как $\sqrt{2} \approx 1,41$, то правильный ответ 1.

2. Система требует выполнения двух и более условий, причем мы ищем те значения неизвестной величины, которые удовлетворяют сразу всем условиям.

$$\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Изобразим решение каждого из неравенств на числовой оси. $x \in (-2; 3]$, т.е. в промежутке от -2 до 3 лежат все значения x , удовлетворяющие обоим условиям. Обратите внимание, что точка -2 выколота, а точка 3 закрашена. Ответ: 4.



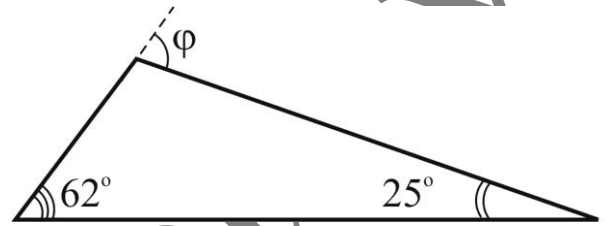
3. Упростить

$$a^{-3} \cdot b^4 \cdot (5 \cdot a)^2 \cdot (2 \cdot b)^{-2} = a^{-3} \cdot b^4 \cdot 25 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot b^{-2} = \frac{25 \cdot a^{-1} \cdot b^2}{4} = \frac{25 \cdot b^2}{4 \cdot a}$$

Ответ: 1.

4. Вычислить $\left(1\frac{4}{25} - 0,16\right) \cdot 1,75 - \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$. Ответ: 1

5. Т.к. сумма углов треугольника равна 180° , то третий угол в треугольнике равен 93° , а значит, его внешний угол φ равен 87° . Ответ: 3



6. Вычислите: $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{6}$ и α – угол в третьей четверти. Воспользуемся пятой формулой

тригонометрии $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. Откуда $\operatorname{tg}^2 \alpha = 35$. В третьей четверти тангенс положителен, поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{35}.$$

Замечание. Можно было сначала найти синус угла с помощью формулы $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, а затем, тангенс угла с помощью формулы

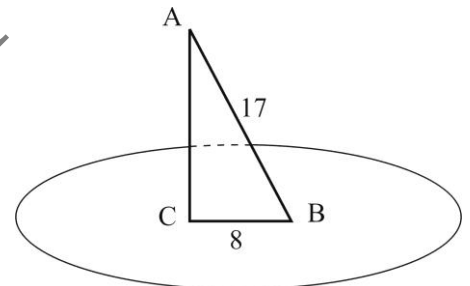
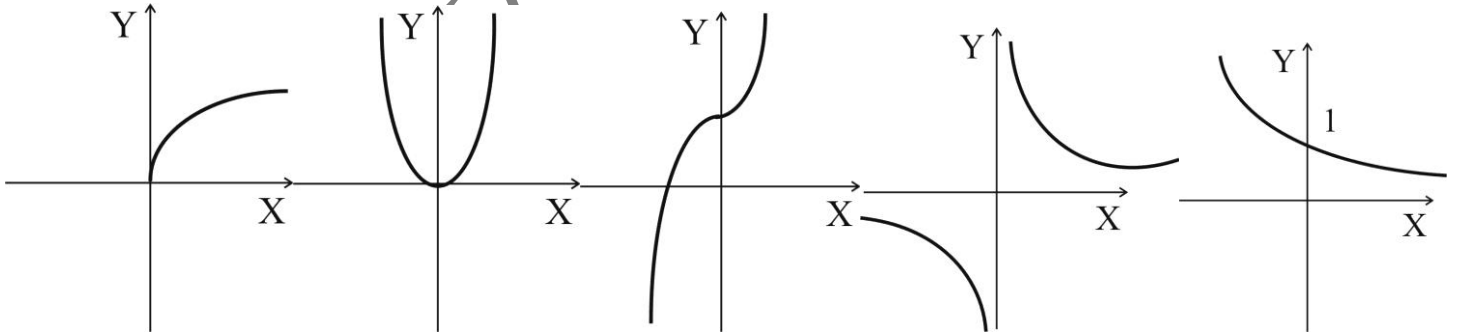
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

7. Найдём расстояние по теореме Пифагора. Ответ: 4.

8. Составители теста имели в виду функцию, убывающую на всей области определения.

У убывающих функций большему значению аргумента x соответствует меньшее значение функции y .

Ответ: 2



9. Найдём корни уравнения $3 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 1 = 0$

Корни квадратного уравнения находится из соотношения $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Получаем $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$. Тогда $x_1 + x_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{6} + \frac{5 - \sqrt{13}}{6} = \frac{5}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{6} \cdot \frac{5 - \sqrt{13}}{6} = \frac{1}{3}$

Гораздо проще можно решить эту задачу с помощью теоремы Виета. Если квадратное уравнение $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , то сумма корней $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, а произведение корней $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Верно и обратное утверждение: если числа x_1 и x_2 удовлетворяют равенствам $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ и $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, то эти числа являются корнями квадратного уравнения $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$.

В данном случае произведение корней уравнения $3 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 1 = 0$ равно $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$, а сумма корней

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{3}. \text{ Заканчиваем пример } \frac{5 \cdot (x_1 \cdot x_2)^2}{2 \cdot (x_1 + x_2)} = \frac{5 \cdot \frac{1}{9}}{2 \cdot \frac{5}{3}} = \frac{1}{6}. \text{ Ответ 4.}$$

10. Вычислить $(3 \cdot \operatorname{ctg} 660^\circ + \sin 120^\circ + \cos 330^\circ) \cdot \operatorname{tg} 225^\circ$

Будем решать по действиям $\operatorname{ctg} 660^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ + 300^\circ) = \operatorname{ctg} 300^\circ = \operatorname{ctg}(270^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 330^\circ = \cos(360^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 45^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

Итого получаем $(3 \cdot \operatorname{ctg} 660^\circ + \sin 120^\circ + \cos 330^\circ) \cdot \operatorname{tg} 225^\circ = \left(3 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 1 = (-\sqrt{3} + \sqrt{3}) \cdot 1 = 0$

Ответ: 3

11. Упростить $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{625} : 125^{-1}}{\sqrt[4]{5} \cdot 25^{\frac{1}{2}}}$.

$$\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{625} : 125^{-1}}{\sqrt[4]{5} \cdot 25^{\frac{1}{2}}} = \frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^2 : 5^{-3}}{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{-1}} = \frac{5^2 : 5^{-3}}{5^{-1}} = \frac{5^5}{5^{-1}} = 5^6. \text{ Ответ: 5}$$

12. Вычислить $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1)}$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1)} = \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{7 - 1} = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{6 - 2\sqrt{5}}{6} = -1 + \frac{6 - 2\sqrt{5}}{6} = \frac{-\sqrt{5}}{3}$$

Ответ: 1

13. Если мы знаем в треугольнике 2 стороны и угол между ними, то для нахождения третьей стороны будем использовать теорему косинусов.

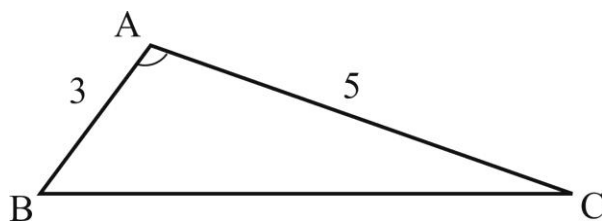
Но сначала найдём косинус, зная синус угла. Т.к. угол тупой,

то косинус угла отрицателен и равен $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

С помощью теоремы косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

найдем квадрат длины стороны $BC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = 58$. Ответ: 4



14. Решить уравнение: $\frac{4}{x^2 - 4} + \frac{3}{x^2 - 3} = -2$

Произведём замену переменных $x^2 = t$ и получаем $\frac{4}{t-4} + \frac{3}{t-3} = -2$

Приведём к общему знаменателю $\frac{4 \cdot (t-3) + 3 \cdot (t-4) + 2 \cdot (t-4) \cdot (t-3)}{(t-4) \cdot (t-3)} = 0$

Раскроем скобки в числителе $\frac{4 \cdot t - 12 + 3 \cdot t - 12 + 2 \cdot (t^2 - 7 \cdot t + 12)}{(t-4) \cdot (t-3)} = 0$

$\frac{7 \cdot t - 24 + 2 \cdot t^2 - 14 \cdot t + 24}{(t-4) \cdot (t-3)} = 0$, тогда $\frac{2 \cdot t^2 - 7 \cdot t}{(t-4) \cdot (t-3)} = 0$

Корни этого уравнения $t_1 = 0$ и $t_2 = \frac{7}{2}$ удовлетворяют ОДЗ $t \neq 4$ и $t \neq 3$.

Теперь найдём корни исходного уравнения, для чего решим уравнения $x^2 = 0$ и $x^2 = \frac{7}{2}$.

Тогда $x_1 = 0$, $x_2 = \sqrt{\frac{7}{2}}$, $x_3 = -\sqrt{\frac{7}{2}}$.

Найдём разность наибольшего и наименьшего корней $\sqrt{\frac{7}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{7}{2}}\right) = \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{14}$.

15. Упростить выражение $\left(\frac{a^2 - b^2}{a+b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{b-a}\right) : \left(\frac{a^2 \cdot b + a \cdot b^2}{a \cdot b} + \frac{b^2}{a}\right)$

$\left(\frac{a^2 - b^2}{a+b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{b-a}\right) : \left(\frac{a^2 \cdot b + a \cdot b^2}{a \cdot b} + \frac{b^2}{a}\right) = \left(\frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a+b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{b-a}\right) : \left(\frac{a \cdot b \cdot (a+b)}{a \cdot b} + \frac{b^2}{a}\right) =$

$= \left(\frac{a-b}{1} + \frac{3 \cdot a \cdot b}{a-b}\right) : \left(\frac{a+b}{1} + \frac{b^2}{a}\right) = \left(\frac{a-b}{1} + \frac{3 \cdot a \cdot b}{a-b}\right) : \left(\frac{a^2 + b \cdot a + b^2}{a}\right) =$

$= \left(\frac{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 + 3 \cdot a \cdot b}{a-b}\right) : \left(\frac{a^2 + b \cdot a + b^2}{a}\right) = \left(\frac{a^2 + a \cdot b + b^2}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b \cdot a + b^2}\right) = \frac{a}{a-b}$

Ответ: 3

16. Найти сумму координат пересечения графиков функций $y = -x + 4$ и $2 \cdot y + x + 2 = 3 \cdot (x + 1)$.

При решении не нужно строить графики. Достаточно решить систему уравнений

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ 2 \cdot y + x + 2 = 3 \cdot (x + 1) \end{cases}$$

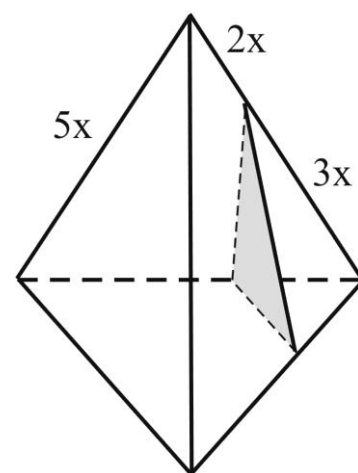
Если Вы не в состоянии решить эту систему самостоятельно, то лучше не регистрируйтесь на ЦТ по математике! Ответ: 1

17. Построим требуемое сечение. Очевидно, что сечение параллельно боковой грани, причём треугольник, который является боковой гранью, подобен треугольнику, который является сечением. Коэффициент подобия треугольников равен $\frac{5}{3}$. Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия. Так как периметр треугольника, который является боковой гранью, равен 90, то периметр треугольника, который является сечением, равен 54.

Ответ: 4

18. Решить уравнение $\cos 5x - \cos 3x + \sin 4x = 0$ и найти сумму корней на $[0; \pi]$.

Преобразуем $-2 \cdot \sin x \cdot \sin 4x + \sin 4x = 0$



Вынесем за скобки общий множитель $(-2 \cdot \sin x + 1) \cdot \sin 4x = 0$

Получаем $\sin x = 0,5$ и $\sin 4x = 0$

Решим уравнение $\sin x = 0,5$

$$x_1 = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \pi \cdot k, k \in Z,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2 \cdot \pi \cdot k, k \in Z$$

На указанном промежутке $[0; \pi]$ есть решение 30° .

Теперь второй случай.

$$x_2 = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \pi \cdot k, k \in Z$$

$$x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} + 2 \cdot \pi \cdot k, k \in Z$$

$$x_2 = \frac{5 \cdot \pi}{6} + 2 \cdot \pi \cdot k, k \in Z$$

На указанном промежутке $[0; \pi]$ есть решение 150° .

Решим уравнение $\sin 4x = 0$

$$4x = \pi \cdot n; n \in Z$$

$$x = \frac{\pi \cdot n}{4}; n \in Z$$

На указанном промежутке $[0; \pi]$ есть решения $0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$.

Тогда сумма всех корней уравнения равна 630° . Ответ: 4

V1. Решить уравнение $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$

Обратите внимание, что это 030, тест 2, № 1.

Главное проверить неотрицательность той части, которая **не** находится под корнем, т.к. при возведении в квадрат эта часть уравнения может поменять знак. Не вздумайте облажаться и забыть об этом!

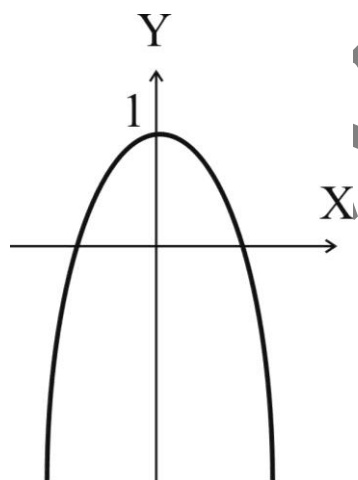
ОДЗ: $x + 4 \geq 0$!!!

Возводим обе части в квадрат $6 - 4 \cdot x - x^2 = x^2 + 8 \cdot x + 16$

Получаем $2 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 10 = 0$, тогда $x^2 + 6 \cdot x + 5 = 0$

Получаем корни -1 и -5, но второй корень не удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: -1



В 2. График этой функции представляет собой параболу с ветвями опущенными вниз.

Вспомним, что уравнение параболы имеет вид $y = ax^2 + bx + c$

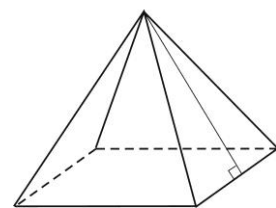
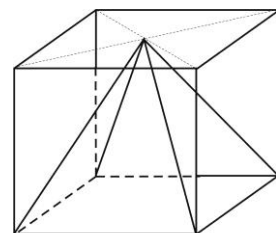
Координата вершины равна $x_B = -\frac{b}{2 \cdot a} = \frac{0}{-1} = 0$. Следовательно, координата

вершины попадает в указанный промежуток $[-4; 6]$, а значит, максимальное значение функции будет в вершине параболы в точке $(0; 1)$.

Замечание: если бы x - координата вершины не лежала бы на указанном промежутке, то наибольшее значение функции было бы в одной из крайних точек указанного промежутка. Надо было бы найти значение функции на

каждом из краёв отрезка, и выбрать бы из них наибольшее.

Ответ: 1



В 3. Высота образованной пирамиды равна стороне куба, т.е. 6. Апофема боковой грани равна $\sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$.

Площадь боковой поверхности пирамиды равна $S_{\text{бок}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{45} = 36 \cdot \sqrt{5}$.

Ответ: 180

В 4. Найти количество натуральных корней уравнения: $|8 \cdot x - x^2 - 17| + |2 \cdot x - 32| = x^2 - 10 \cdot x + 49$

Будем решать методом интервалов для модулей. При поиске корней уравнения $8 \cdot x - x^2 - 17 = 0$ обнаружим, что дискриминант уравнения отрицателен. Это означает, что выражение $8 \cdot x - x^2 - 17$ не меняет знак на всей числовой прямой. Определим знак этого выражения. Для этого подставим в выражение произвольное значение x , например $x = 0$, и получим, что знак этого выражения отрицателен. Это означает, что подмодульное выражение отрицательно при любом значении x .

С учётом того, что если подмодульное выражение меньше нуля, то $|f(x)| = -f(x)$, получаем, что

$$|8 \cdot x - x^2 - 17| = x^2 - 8 \cdot x + 17.$$

Решением уравнения $2 \cdot x - 32 = 0$ очевидно является корень $x = 16$.

Тогда рассмотрим решение уравнения на двух интервалах $x \geq 16$ и $x < 16$.

Для первого интервала получаем $x^2 - 8 \cdot x + 17 + 2 \cdot x - 32 = x^2 - 10 \cdot x + 49$.

Тогда $4 \cdot x = 64$, а значит $x = 16$ - удовлетворяет условию $x \geq 16$.

Для второго интервала получаем $x^2 - 8 \cdot x + 17 - 2 \cdot x + 32 = x^2 - 10 \cdot x + 49$.

$0 = 0$, тогда x - любое число, которое удовлетворяет условию $x < 16$.

Итого получаем, что x - любое число, удовлетворяющее условию $x \leq 16$.

В условии сказано, что в ответ надо записать количество натуральных корней уравнения.

Натуральными называют числа, используемые при счёте предметов, т.е. 1, 2, 3, 4 и т.д. Наименьшее натуральное число 1. Множество натуральных чисел обозначается \mathbb{N} .

Поэтому в уравнении 16 натуральных корней от 1 до 16..

Ответ: 16

В 5. Решите неравенство:

$$\log_{\log_6 9} (x^2 + 14 \cdot x + 49) \leq 0.$$

Основанием логарифма является $\log_6 9 > 1$, поэтому знак неравенства не изменяется $x^2 + 14 \cdot x + 49 \leq 1$.

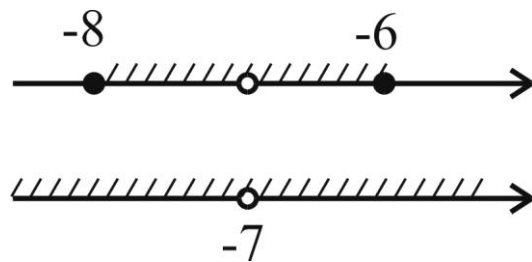
Тогда $x^2 + 14 \cdot x + 48 \leq 0$. Значит, $(x + 6) \cdot (x + 8) \leq 0$. Поэтому $x \in [-8; -6]$.

Также необходимо учесть ОДЗ $x^2 + 14 \cdot x + 49 > 0$, тогда $(x + 7)^2 > 0$. Этому условию удовлетворяет любое значение x , кроме -7 .

Тогда решением неравенства является $x \in [-8; -7) \cup (-7; -6]$.

Целыми решениями неравенства является -8 и -6 , а их сумма равна -14 .

Ответ; -14 .



В 6. Как известно, биссектриса делит противоположную сторону на отрезки пропорциональные сторонам угла. В данной задаче сторона поделена биссектрисой на отрезки 2 и 4. Значит, стороны треугольника относятся друг к другу, как $2:4 = 1:2$. Обозначим стороны треугольника a и $2a$.

Высота разбивает данный треугольник на 2 прямоугольных треугольника. В первом треугольнике катеты $\sqrt{15}$ и x , гипотенуза равна a . Во втором треугольнике катеты $\sqrt{15}$ и $6-x$, гипотенуза равна $2a$.

Запишем систему из двух теорем

$$\text{Пифагора} \begin{cases} a^2 = x^2 + 15 \\ 4 \cdot a^2 = (6-x)^2 + 15 \end{cases}$$

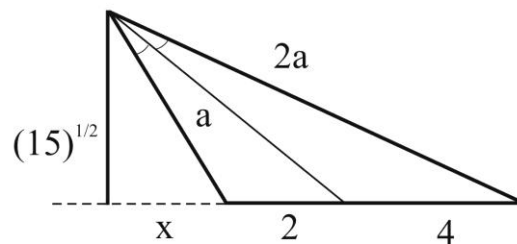
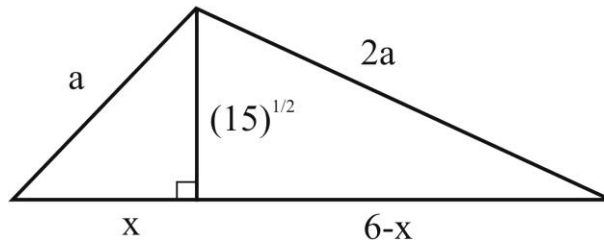
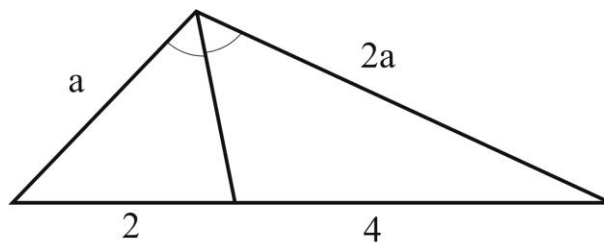
После решения системы получаем, что $x_1 = -1$, $x_2 = -3$. Но отрезки в геометрии не могут иметь отрицательную длину. Надо догадаться, что это означает, что высоту проводили из вершины тупого угла. Тогда во втором треугольнике один из катетов будет не $6-x$, а $6+x$.

$$\text{Снова решаем систему} \begin{cases} a^2 = x^2 + 15 \\ 4 \cdot a^2 = (6+x)^2 + 15 \end{cases}$$

После решения системы получаем, что $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

При $x_2 = 3$ длина стороны a не выражается целым числом, что противоречит условию. При $x_1 = 1$ сторона $a = 4$. Значит, большая сторона треугольника равна 8.

Ответ: 8.



В 7. При решении неравенств очень удобно использовать **обобщенный метод интервалов**.

При решении этим методом действуйте по схеме:

1. Определите ОДЗ
2. Преобразуйте неравенство так, чтобы в правой части был ноль (в левой части, если это возможно, приведите к общему знаменателю, разложите на множители и т.п.)
3. Найдите все корни числителя и нанесите их на эту же числовую ось, причём, если неравенство нестрогое, закрасьте корни числителя
4. Найдите знаки на каждом из интервалов, подставляя в преобразованное неравенство число из данного интервала. **НЕЛЬЗЯ РАССТАВЛЯТЬ ЗНАКИ ПО ПРИНЦИПУ ПЛЮС – МИНУС – ПЛЮС!**
- Знаки на интервалах, не входящих в ОДЗ не проверяйте, т.к. функция на этих интервалах всё равно не существует.
5. Записывая ответ, не потеряйте отдельные точки, удовлетворяющие неравенству.

Решить неравенство $(x^2 - 6x - 7)\sqrt{16 - x^2} \geq 0$.

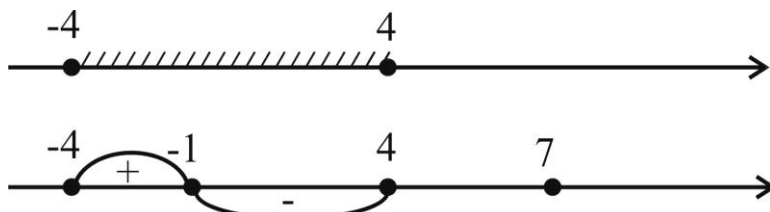
Решение.

Найдём ОДЗ: $16 - x^2 \geq 0$. Получаем: $-4 \leq x \leq 4$.

Теперь найдём все корни уравнения $(x^2 - 6x - 7)\sqrt{16 - x^2} = 0$. и нанесём их на числовую ось

$$\begin{cases} x = -4, \\ x = 4, \\ x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

Проверим на каждом из интервалов знак неравенства, подставляя в каждый из промежутков соответствующие числа.



Получаем, что неравенство $(x^2 - 6 \cdot x - 7)\sqrt{16 - x^2} \geq 0$ выполняется на интервале $[-4; -1]$ и в точке 4.

Тогда целыми решениями являются -4; -3; -2; -1; 4.

Сумма этих решений равна -6.

Ответ: -6.

В 8. (вариант 2) Вычислите $\sqrt{3^{1+\frac{1}{2 \cdot \log_4 3}} + 8^{\frac{1}{3 \cdot \log_9 2}} + 1}$

$$\begin{aligned} \sqrt{3^{1+\frac{1}{2 \cdot \log_4 3}} + 8^{\frac{1}{3 \cdot \log_9 2}} + 1} &= \sqrt{3 \cdot 3^{\frac{\log_3 4}{2}} + 8^{\frac{\log_2 9}{3}} + 1} = \\ &= \sqrt{3 \cdot 3^{\log_3 2} + 2^{\log_2 9} + 1} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

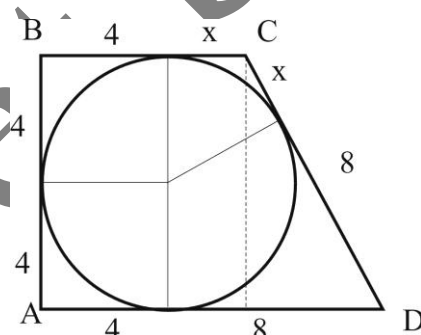
Ответ: 4

В 9. Если окружность вписана в угол, то длины образующих угол отрезков от вершины угла до точки касания окружности, равны друг другу. Обозначим неизвестную длину отрезка трапеции x . Очевидно, что высота трапеции равна 8.

Рассмотрим прямоугольный треугольник со сторонами 8, $8-x$, $8+x$.

По теореме Пифагора $64 + (8-x)^2 = (8+x)^2$

Отсюда $x = 2$. Значит, основания трапеции равны 12 и 6. Тогда средняя линия равна 9. Ответ: 9.



В 10. (вариант 2) Решите неравенство $9^x - 13 \cdot 3^x \cdot 2^{x-1} + 9 \cdot 4^{x-1} > 0$

Немного преобразуем $9^x - \frac{13}{4} \cdot 3^x \cdot 2^x + \frac{9}{4} \cdot 4^x > 0$

Ещё немного преобразуем $3^{2x} - \frac{13}{4} \cdot 3^x \cdot 2^x + \frac{9}{4} \cdot 2^{2x} > 0$

И конечно же все увидели однородное неравенство.

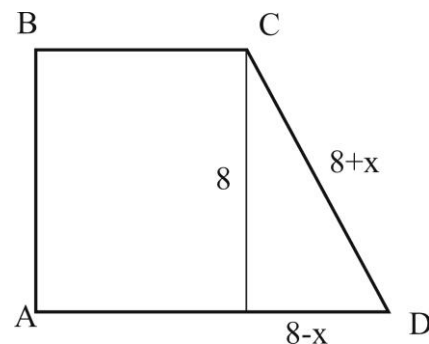
Разделим на 2^{2x} и получаем $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \frac{13}{4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + \frac{9}{4} > 0$.

Произведём замену переменных $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$.

$$t^2 - \frac{13}{4} \cdot t + \frac{9}{4} > 0$$

$$4 \cdot t^2 - 13 \cdot t + 9 > 0$$

$$4 \cdot (t-1) \cdot \left(t - \frac{9}{4}\right) > 0$$



Получаем совокупность
$$\begin{cases} t > \frac{9}{4} \\ t < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x > \frac{9}{4} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

Наименьшее целое положительное число равно 3, наибольшее целое отрицательное число равно -1. Их произведение равно -3.

Ответ: -3

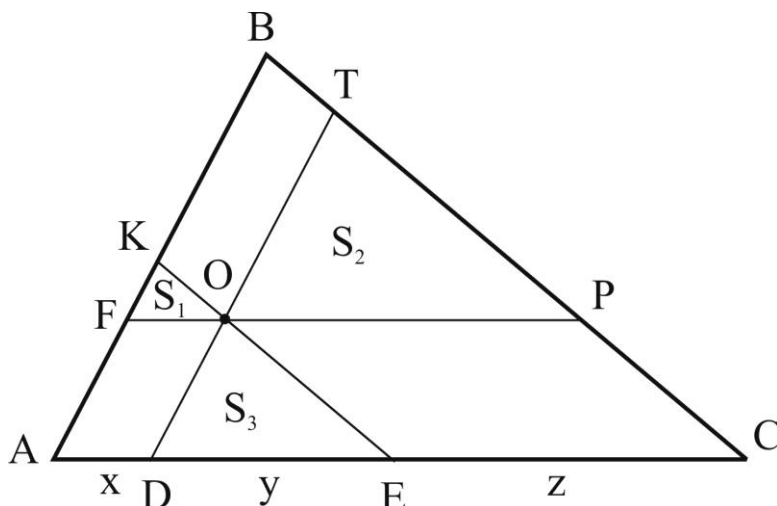


В 11. Очевидно, что треугольники ABC, FKO, DOE, OTD - подобны, т.к. у всех треугольников одинаковые углы. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

Пусть площадь треугольника ABC равна S.

Тогда
$$\sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{x}{x+y+z}, \quad \sqrt{\frac{S_2}{S}} = \frac{y}{x+y+z},$$

$$\sqrt{\frac{S_3}{S}} = \frac{z}{x+y+z}.$$



Сложим все три уравнения и получим
$$\frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = 1 \quad \text{Ответ: 72}$$

В 12.

В первый год добыли 100 т, во второй год $100 \cdot 1,25$ т, в третий год $100 \cdot 1,25 \cdot 1,25 = 100 \cdot 1,25^2$ т, в четвертый год $100 \cdot 1,25^3$ т, в N-ый год $100 \cdot 1,25^{N-1}$ т, где N-ый год - последний год, в котором росла добыча.

Затем ещё 3 года добывали по $100 \cdot 1,25^{N-1}$ т.

Составляем уравнение
$$100 + 100 \cdot 1,25 + 100 \cdot 1,25^2 + 100 \cdot 1,25^3 + \dots + 100 \cdot 1,25^{N-1} + 3 \cdot 100 \cdot 1,25^{N-1} = 850$$

Тогда
$$100 \cdot 1,25 + 100 \cdot 1,25^2 + 100 \cdot 1,25^3 + \dots + 100 \cdot 1,25^{N-1} + 3 \cdot 100 \cdot 1,25^{N-1} = 750$$

Упростим выражение
$$100 \cdot 1,25 + 100 \cdot 1,25^2 + 100 \cdot 1,25^3 + \dots + 100 \cdot 1,25^{N-1}$$

$$100 \cdot 1,25 + 100 \cdot 1,25^2 + 100 \cdot 1,25^3 + \dots + 100 \cdot 1,25^{N-1} = 100 \cdot (1,25 + 1,25^2 + 1,25^3 + \dots + 1,25^{N-1})$$

Выражение $1,25 + 1,25^2 + 1,25^3 + \dots + 1,25^{N-1}$ - представляет собой сумму геометрической прогрессии, в которой первый член равен 1,25, знаменатель прогрессии 1,25, количество членов прогрессии N-1.

$$S_{N-1} = \frac{1,25 \cdot (1 - 1,25^{N-1})}{1 - 1,25} = -5 \cdot (1 - 1,25^{N-1})$$

Тогда
$$100 \cdot (1,25 + 1,25^2 + 1,25^3 + \dots + 1,25^{N-1}) = -500 \cdot (1 - 1,25^{N-1}).$$

Подставляем в уравнение
$$-500 \cdot (1 - 1,25^{N-1}) + 3 \cdot 100 \cdot 1,25^{N-1} = 750$$

$$-500 + 500 \cdot 1,25^{N-1} + 3 \cdot 100 \cdot 1,25^{N-1} = 750$$

$$800 \cdot 1,25^{N-1} = 1250$$

$$1,25^{N-1} = 25/16$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{N-1} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$N=3$ года добыча росла, ещё 3 года не изменялась.

Ответ: 6 лет

www.gerep.by