

Раздел 02

«Динамика»

Содержание

- 2.01. Сила. Результирующая сила. Виды сил
- 2.02. Законы Ньютона
- 2.03. Вес тела и невесомость
- 2.04. Сила упругости. Закон Гука
- 2.05. Система из двух тел. Блоки
- 2.06. Сила трения. Коэффициент трения
- 2.07. Закон всемирного тяготения
- 2.08. Сила тяжести. Ускорение свободного падения
- 2.09. Динамика вращательного движения
- 2.10. Наклонная плоскость
- 2.11. Различные задачи по динамике

2.01. Сила. Результирующая сила. Виды сил

Если в кинематике только описывается движение тел, то в динамике изучаются причины этого движения под действием сил, действующих на тело.

Динамика – раздел механики, который изучает причины возникновения движения и тип возникающего движения. **Взаимодействие** – процесс, в ходе которого тела оказывают взаимное действие друг на друга. В физике все взаимодействия обязательно парные. Поэтому они и называются **взаимодействиями**.

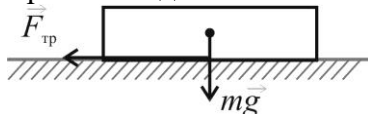
Сила – это количественная мера взаимодействия тел. Сила является причиной изменения скорости тела целиком или его частей (деформации). В механике силы могут иметь различную физическую природу: гравитационную (сила тяжести), электромагнитную (силы трения и упругости). Сила является **векторной величиной**. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется линией действия силы. Сила характеризуется тремя параметрами: точкой приложения, модулем и направлением.

В Международной системе единиц (СИ) сила измеряется в **Ньютонах (Н)**.

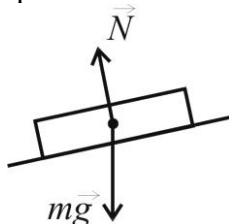
ВИДЫ СИЛ

1. **Сила тяжести mg** . Приложена к центру масс тела и всегда направлена вертикально вниз.

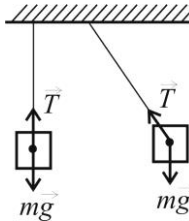
2. **Сила трения $F_{тр}$** . Приложена вдоль поверхности соприкосновения тела с опорой и направлена по касательной к ней. Если в задаче идет речь о силе трения (вязкого, силы сопротивления среды) всегда направляйте ее против направления движения тела



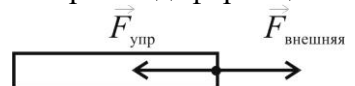
3. **Сила реакции опоры N** . Действует на тело со стороны опоры и направлена перпендикулярно опоре и от нее.



4. **Сила натяжения нити T (сила упругости нити)**. Всегда направлена вдоль нити от тела.



5. **Сила упругости**. Возникает при деформации тела и направлена против деформации.



Обратите внимание и отметьте для себя очевидный факт: **если тело находится в покое, то равнодействующая сил равна нулю.**

Для измерения сил используют откалиброванные пружины. Такие откалиброванные пружины называются **динамометрами** (обратите внимание что висит у меня в офисе на стене под часами). Сила измеряется по величине растяжения пружины динамометра.



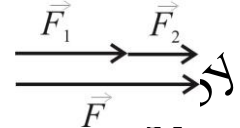
Сила, оказывающая на тело такое же действие, как и все силы, действующие на него вместе взятые, называется **равнодействующей (резльтирующей) силой**. То есть **равнодействующей силой можно заменить все силы, действующие на тело**.

Равнодействующая равна векторной сумме всех сил, действующих на тело

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N.$$

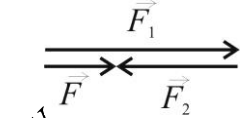
В самых простых случаях, когда на тело действует только **две силы**, равнодействующая находится следующими способами.

1. Если две силы, действующие на тело, **направлены в одну сторону вдоль одной прямой**, то их равнодействующая равна сумме этих сил: $F = F_1 + F_2$ (тут даже объяснять ничего не надо).



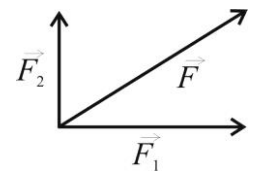
2. Если две силы, действующие на тело, **направлены в разные стороны вдоль одной прямой**, то их равнодействующая равна разности этих сил

$$F = |F_1 - F_2|.$$



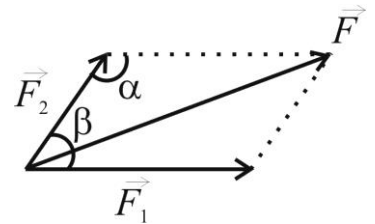
3. Если две силы, действующие на тело, **направлены под прямым углом друг к другу**, то их равнодействующая будет находится по теореме Пифагора

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$



Во всех остальных случаях, когда две силы, действующие на тело, **направлены под некоторым углом друг к другу**, результирующая сила находится по теореме косинусов

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}.$$

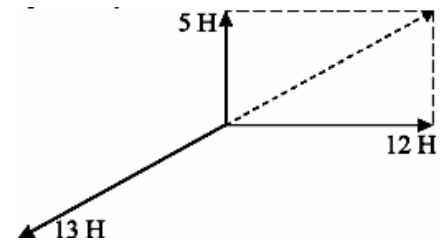


Обратите внимание, какой угол должен быть использован в теореме косинусов!!! Теорема косинусов это только математический инструмент, при помощи которого мы находим результирующую силу. Поэтому пользуемся ей (теоремой) очень аккуратно. В большинстве задач вам будет дан угол между силами, то есть угол β (силы при этом приложены к одной точке). Однако в теореме косинусов надо будет использовать угол α , который равен $(180^\circ - \beta)$.

В любом случае при сложении двух сил результирующая сила всегда будет лежать в диапазоне от $|F_1 - F_2|$ (силы направлены в противоположные стороны) до $F_1 + F_2$ (силы направлены в одну сторону).

ПРИМЕР. Найти минимально и максимально возможную величину суммы трех сил, составляющих 5, 12 и 13 Ньютонов.

На рисунок пока не смотрите. Попробуем найти минимально возможную сумму трех сил. Сначала посмотрим, чем может быть равна сумма двух меньших сил. Силы 5 и 12 Ньютонов направленные в одну сторону в сумме будут равны 17 Н. Если они будут направлены в противоположные стороны, то дадут в сумме 7 Н. Значит сумма этих сил в зависимости от угла между ними меняется от 7 Н до 17 Н. Следовательно, при определенном угле сумма этих сил может быть равна 13 Н. Я думаю, что вы уже догадались, что этот угол равен 90° (по теореме Пифагора). Если не догадались, то можете воспользоваться теоремой косинусов



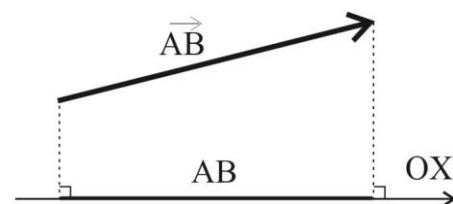
$$F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_1^2 + F_2^2 - F_{12}^2}{2F_1F_2} = \frac{5^2 + 12^2 - 13^2}{5 \cdot 12} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Тогда третья сила в 13 Н может компенсировать силы 5 Н и 12 Н (см. рисунок). Значит, минимально возможная сумма этих трех сил равна нулю.

С вторым вариантом все просто. Максимально возможная сила будет в том случае, когда все три силы будут направлены в одну сторону. В этом случае мы просто складываем величины всех трех сил.

Для следующего примера, который очень важен, необходимо использовать понятие проекции вектора на ось координат. Быстро повторим что это такое.

Проекцией вектора \overline{AB} на ось OX называется длина отрезка AB , взятая со знаком "+", если направление \overline{AB} совпадает с направлением оси OX , и со знаком "-", если направление \overline{AB} противоположно направлению оси OX .



Если совсем все забыли, то обязательно повторите параграф 1.02.

В большинстве задач на тело действует больше, чем две силы. Поэтому важно уметь находить результирующую силу. А для нахождения результирующей силы надо уметь находить проекции сил на оси координат.

Пусть на тело действует 5 сил (см. первый рисунок). При этом всегда удобно изобразить все силы приложенными к одной точке (за исключение статики и динамики вращательного движения).

Найдем проекции всех сил на ось OX .

А теперь переключаем внимание на второй рисунок.

Сила F_1 перпендикулярна оси OX . Следовательно, ее проекция на ось F_{1x} равна нулю: $F_{1x} = 0$.

Сила F_2 направлена под углом α к оси OX и «смотрит» в ту же сторону, что и ось OX . Следовательно, ее проекция на ось положительна и равна

$F_{2x} = F_2 \cos \alpha$ (косинус, так как угол прилежит к проекции).

Сила F_3 направлена под углом $(90^\circ - \gamma)$ к оси OX и так же «смотрит» в сторону оси OX . Следовательно, ее проекция на ось равна

$$F_{3x} = F_3 \cos(90^\circ - \gamma) = F_3 \sin \gamma.$$

Сила F_4 направлена в сторону, противоположную оси OX сторону. Следовательно, ее проекция на ось OX будет отрицательна. Направлена сила под углом $90^\circ - \beta$ к оси OX . Таким образом, ее проекция на ось будет равна

$$F_{4x} = -F_4 \cos(90^\circ - \beta) = -F_4 \sin \beta.$$

Сила F_5 направлена в сторону, противоположную оси OX , при этом она ей параллельна. Следовательно, ее проекция будет отрицательна и равна просто модулю силы F_5 .

$$F_{5x} = -F_5.$$

Теперь найдем проекции всех сил на ось OY .

Сила F_1 параллельна оси OY . Следовательно, ее проекция на ось будет равна модулю силы

$$F_{1y} = F_1.$$

Сила F_2 направлена под углом $90^\circ - \alpha$ к оси OY . Следовательно, ее проекция на ось равна

$$F_{2y} = F_2 \cos(90^\circ - \alpha) = F_2 \sin \alpha.$$

Сила F_3 направлена в сторону, противоположную оси OY , под углом γ . Следовательно, ее проекция на ось OY будет отрицательна и равна

$$F_{3y} = -F_3 \cos \gamma.$$

Сила F_4 направлена в сторону, противоположную оси OY , следовательно, ее проекция на ось OY будет отрицательна. Направлена сила под углом β . Следовательно, ее проекция на ось будет равна

$$F_{4y} = -F_4 \cos \beta.$$

Сила F_5 перпендикулярна оси OY . Следовательно, ее проекция будет равна нулю: $F_{5y} = 0$.

Таким образом, проекция всех сил на ось OX равна

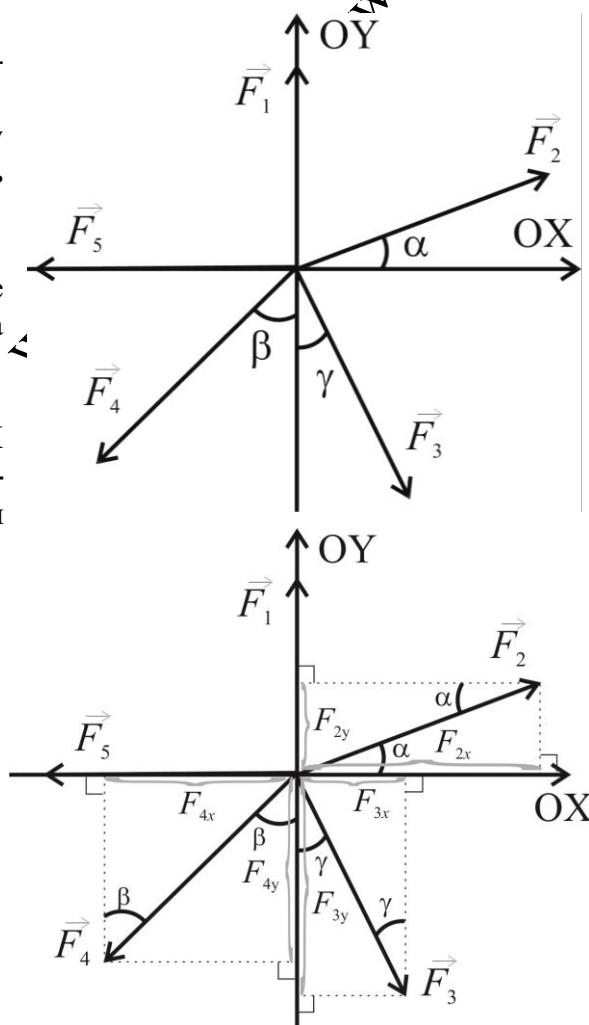
$$F_x = F_2 \cos \alpha + F_3 \sin \gamma - F_4 \sin \beta - F_5.$$

Проекция всех сил на ось OY равна

$$F_y = F_1 + F_2 \sin \alpha - F_3 \cos \gamma - F_4 \cos \beta.$$

Результирующую всех сил найдем по теореме Пифагора

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$



Обратите особое внимание на два важных момента:

1. Если сила перпендикулярна одной из осей (например, силы F_5 и F_1), то проекция именно на эту ось будет равна нулю, а проекция на вторую ось будет равна модулю силы.
2. Если сила направлена в ту же сторону что и ось, то ее проекция на эту ось будет положительной, а если сила направлена в противоположную оси сторону, то ее проекция на эту ось будет отрицательной.
3. Если при проецировании силы на одну из осей «всплывает» синус угла, то при проецировании этой же силы на другую ось всегда будет косинус того же угла (посмотрите на проекции сил F_2 , F_3 и F_4).

Запомнить на какую ось при проецировании будет синус или косинус легко.



Если угол **ПРИЛЕЖИТ** к проекции (например, при проецировании силы F_2 угол α прилежит к оси OX), то при проецировании силы на эту ось будет косинус (см. разбор выше). Если угол равен 45° , то абсолютно все равно что брать (\sin или \cos), так как $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$.

ПРИМЕР. Найти равнодействующую сил, действующих на тело.

У нас на рисунке изображены как силы, так и оси координат. Если же в условии задачи вам дано только тело и действующие на него силы, то вы должны самостоятельно нарисовать оси координат. Как выбрать их направление? Только из соображений удобства, то есть чтобы как можно меньше сил было направлено под углом к осям координат и как можно больше сил было направлено так же, как оси координат (вдоль осей координат). Найдем проекции сил на ось OX :

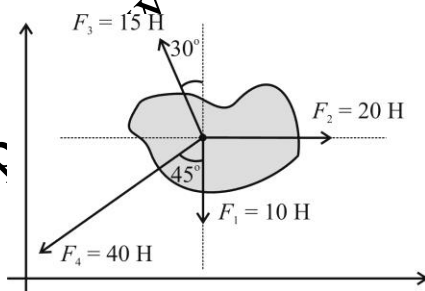
$$F_x = F_2 - F_3 \sin 30^\circ - F_4 \cos 45^\circ$$

Найдем проекции сил на ось OY :

$$F_y = F_3 \cos 30^\circ - F_1 - F_4 \sin 45^\circ$$

Применяем теорему Пифагора: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$.

Если вы плохо поняли разбор этого примера – вернитесь к теории на третьей странице.

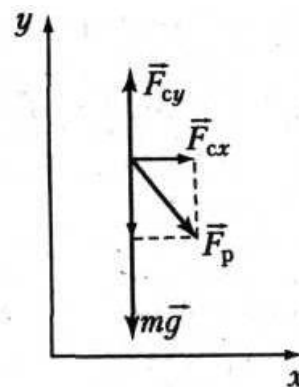


ПРИМЕР. На парашютиста массой 80 кг в начале прыжка действует сила сопротивления воздуха, вертикальная составляющая которой 400 Н, а горизонтальная 300 Н. Найдите равнодействующую всех сил.

Вертикально вниз на парашютиста действует сила тяжести mg , вертикально вверх – сила сопротивления воздуха. Так как эти силы действуют в разные стороны, то их результирующая будет равна

$$F_{py} = mg - F_{cy} = 800 - 400 = 400 \text{ (Н)}.$$

В горизонтальной плоскости на парашютиста действует только сила сопротивления воздуха $F_{cx} = 300$ (Н). Зная силу по вертикали и силу по горизонтали, находим модуль результирующей силы: $F_p = \sqrt{F_{cy}^2 + F_{cx}^2} = 500$ Н.



ПРИМЕР. Найти равнодействующую сил, если $F_1 = 4$ Н.

Вам может показаться, что авторы задачи допустили ошибку при в условии, так как не дали нам углы между силами и направлением осей. Да и значения сил не дали (кроме силы F_1). Однако это не так. Все, что необходимо, у нас есть. Для нахождения проекции каждой из сил на оси координат нам не нужны углы и модули сил, так как мы знаем цену одной клеточки. Откуда узнали? Смотрим на силу F_1 . Она составляет 4 клеточки по вертикали? Так как она равна 4 Ньютона, то цена одной клеточки 1 Ньютон. Найдем проекции на оси координат каждой из сил.

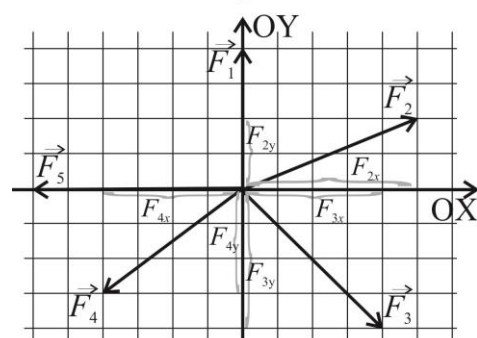
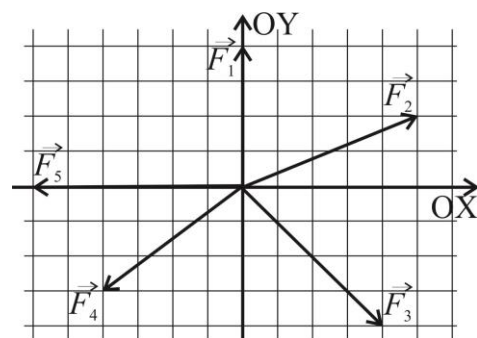
С силой F_1 все просто и понятно

$$F_{1x} = 0 \text{ (Н)}, \quad F_{1y} = 4 \text{ (Н)}.$$

С силой F_5 тоже не будет вопросов

$$F_{5x} = -6 \text{ (Н)}, \quad F_{5y} = 0 \text{ (Н)}$$

Остались силы, направленные под углом к осям координат. Несмотря на то, что нам не дан угол наклона силы F_2 к оси OX , из рисунка (см. второй рисунок) мы видим, что проекции второй силы на оси



ОХ и ОУ находятся очень просто

$$F_{2x} = 5 \text{ (Н)}, \quad F_{2y} = 2 \text{ (Н)}$$

Проекция силы F_3 будут равны

$$F_{3x} = 4 \text{ (Н)}, \quad F_{3y} = -4 \text{ (Н)}$$

И осталась только сила F_4

$$F_{4x} = -4 \text{ (Н)}, \quad F_{4y} = -3 \text{ (Н)}$$

Таким образом, проекция всех сил на ось ОХ равна

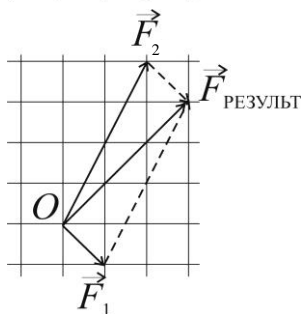
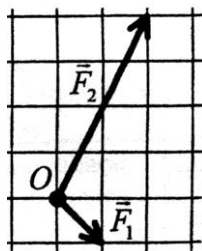
$$F_x = 0 - 6 + 5 + 4 - 4 = -1 \text{ (Н)}.$$

Проекция всех сил на ось ОУ равна

$$F_y = 4 + 0 + 2 - 4 - 3 = -1 \text{ (Н)}.$$

Результирующую всех сил найдем по теореме Пифагора

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \text{ (Н)}$$



ПРИМЕР. Модуль силы F_1 равен 12 Н. Найдите значение результирующей силы.

Начертим вектор равнодействующий силы, действующей на тело (рисунок ниже). Из рисунка видно, что проекция результирующей силы на вертикальную ось равна 3 клеточки и на горизонтальную ось 3 клеточки. Тогда по теореме Пифагора модуль силы равен $F = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ клеточки.

Таким образом, нам осталось найти цену клеточки. По условию задачи первая сила равна 12 Н. Ее проекция на вертикальную ось равна 1 клеточка и на горизонтальную ось 1 клеточка. Тогда по теореме Пифагора ее модуль равен

$F_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ клеточки. Тогда одна клеточка и по вертикали, и по горизонтали соответствует $\frac{12}{\sqrt{2}}$ Н. Равнодействующая сила, действующая на тело, будет

$$\text{равна } F = 3\sqrt{2} \cdot \frac{12}{\sqrt{2}} = 36 \text{ Н}.$$

У этой задачи есть и простой способ решения. Смотрим на результирующую силу. Ее длина составляет 3 диагонали квадрата. Смотрим на первую силу. Длина первой силы одна диагональ квадрата. Следовательно, результирующая сила будет в 3 раза больше силы F_1 , которая дана нам по условию.

Тест 2.01.01.

1. Требуется заменить силу в 5 Н двумя силами, действующими по той же прямой, но в противоположные стороны. Меньшая из этих сил 11 Н. Как велика должна быть вторая сила?

1. 5 2. 6 3. 11 4. 16

2. К двум сцепленным динамометрам подвешен груз весом 8 Н. Вес каждого динамометра 2 Н. Сколько покажет верхний динамометр?

1. 4 2. 8 3. 10 4. 12

3. На полу лежит груз весом 1000 Н, человек старается поднять его с силой 200 Н, направленной вертикально вверх. С какой силой груз давит на пол?

1. 200 2. 600 3. 800 4. 1200

4. Человек весом 700 Н поднимает равномерно груз весом 400 Н. С какой силой человек давит на пол?

1. 300 2. 400 3. 1100 4. 700

5. На тело действуют две силы, равные 3 Н и 4 Н и направленные под прямым углом друг к другу. Чему должна равняться величина третьей силы, действующей на тело, чтобы сумма всех трех сил была равна нулю?

1. 1 2. 3 3. 5 4. 7

6. На самолет действуют: в вертикальном направлении сила тяжести 550 кН и подъемная сила 555 кН, а в горизонтальном направлении сила тяги 162 кН и сила сопротивления 150 кН. Найдите величину равнодействующей всех сил (в кН).

1. 5 2. 12 3. 13 4. 26

7. Найдите равнодействующую двух сил, равных 3 Н и 5 Н и направленных под углом 60° друг к другу.

1. 1 2. 5 3. 7 4. 8

8. Найдите равнодействующую двух сил, равных 3 Н и 8 Н и направленных под углом 120° друг к другу.

1. 3 2. 5 3. 7 4. 8

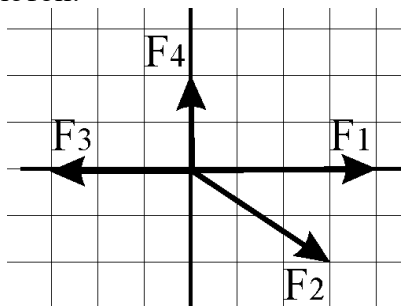
9. На тело действуют силы: 20 Н по оси ОХ, 30 Н под углом 60° к положительному направлению оси ОХ и под острым углом к оси ОУ, 10 Н против оси ОУ, 40 Н под углом 135° к оси ОУ и под тупым углом к оси ОХ, 20 Н под углом 45° к оси ОХ и ОУ. Найти равнодействующую этих сил.

1. 15 2. 17 3. 21 4. 25

10. К телу приложены две силы, равные 7 и 12 Н. Модуль равнодействующей этих сил будет наибольшим, если угол между силами составляет:

1. 90° 2. 180° 3. 120° 4. 0°

11. Найти равнодействующую сил. Одна клеточка равна 1 Ньютон.



1. 2 2. 4 3. 6 4. 8

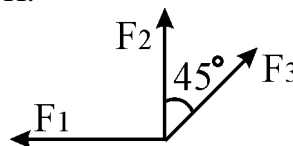
12. На неподвижное тело массой 6 кг действует три силы: сила тяжести, горизонтальная сила 80 Н и сила, направленная под некоторым углом к горизонту. Модуль этой силы равен:

1. 100 Н 2. 300 Н 3. 500 Н 4. 700 Н.

13. Определить модуль равнодействующей двух сил, равных по модулю 10 Н и направленных так, что угол между ними составляет 60° .

1. 15,1 2. 17,3 3. 20,1 4. 25,5.

14. Найти равнодействующую всех сил. $F_1=10$ Н, $F_2=10$ Н, $F_3=8$ Н.



1. 12 2. 17,9 3. 4,6 4. 16,2

15. Под каким углом друг к другу должны действовать на одну и ту же точку две силы по 5 Н, чтобы их равнодействующая равнялась тоже 5 Н?

1. 30 2. 60 3. 90 4. 120.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	3	3	3	3	3	3	3	3	4
11	12	13	14	15					
2	1	2	4	4					

Тест 2.01.02.

1. Нить, на которой висит груз весом 16 Н, отводится в новое положение силой 12 Н, действующей в горизонтальном направлении. Найти силу натяжения нити.

2. Пружинные весы прикреплены к потолку и к ним подвешен груз весом 1500 Н. Под грузом стоит человек на платформе других весов, которые показывают вес человека 700Н. Каковы будут показания верхних и нижних весов в (Н), если человек с усилием 350Н будет: а) стараться поднять груз; б) опустить груз.

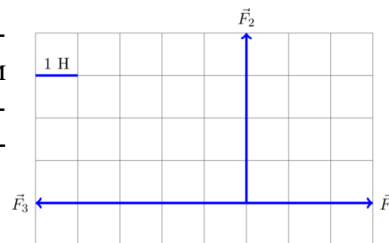


3. На полу лежит груз весом 1000Н, человек весом 500Н старается поднять его с силой 400Н, направленной вертикально вверх. С какой силой в (Н) давят на пол груз и человек?

4. Требуется заменить силу в 20Н двумя силами, действующими по той же прямой, но в противоположные стороны. Меньшая из этих сил 19 Н. Как велика должна быть вторая сила?

5. Вороне, как гласит басня И. Крылова, «...Бог послал кусочек сыра». Ворона массой $m = 1,0$ кг сидит на ветке, которая под тяжестью вороны с сыром согнулась. Сила упругости, с которой ветка действует на ворону, $F = 12$ Н. Определите массу сыра.

6. На рисунке показаны силы (в заданном масштабе), действующие на материальную точку. Чему равен модуль равнодействующей силы?



1	2	3	4	5	6
20	а) 1150, 1050, б) 1850, 350	600, 900	39	0,2	$2\sqrt{5}$

2.02. Законы Ньютона

Законы динамики были открыты Исааком Ньютоном. Три закона динамики, сформулированные Ньютоном, лежат в основе так называемой классической механики. Законы Ньютона следует рассматривать как обобщение опытных фактов. Выводы классической механики справедливы только при движении тел с малыми скоростями (значительно меньшими скорости света). Кроме того, законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета (ИСО): ИСО – система отсчета, связанная с телом, движущимся по инерции (равномерно и прямолинейно).

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Первый закон ньютона или закон инерции: если на тело не действуют никакие силы или действие сил скомпенсировано (то есть равнодействующая сил равна нулю), то тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Верно и обратное утверждение: **если тело движется равномерно и прямолинейно или покоится, то действие на него других тел скомпенсировано либо равно нулю.**

Примеры. Поезд едет с постоянной скоростью потому, что его сила тяги компенсирует силу трения колес о дорогу. Метеорит в далекой точке Вселенной будет двигаться с постоянной скоростью потому, что ни одно тело ни помогает, ни мешает его движению, то есть на него не действуют вообще никакие силы. Учебник лежит на парте в состоянии покоя потому, что сила тяжести, действующая на него со стороны земли, компенсируется силой реакции опоры со стороны стола.

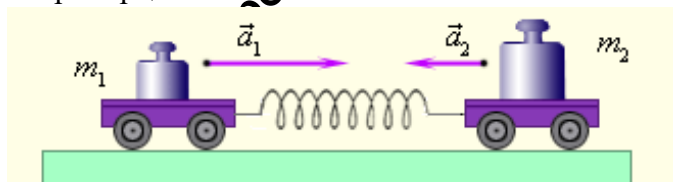


Свойство тел сохранять свою скорость при отсутствии действия на него других тел называется **инерцией**. Поэтому первый закон Ньютона называют **законом инерции**.

Итак, причиной изменения скорости движения тела всегда является его взаимодействие с другими телами. Для количественного описания изменения движения тела под воздействием других тел необходимо ввести новую величину – **массу тела**.

Масса – это свойство тела, характеризующее его инертность (способность сохранять свою скорость постоянной). При одинаковом воздействии со стороны окружающих тел одно тело может быстро изменять свою скорость, а другое в тех же условиях – значительно медленнее (легковую машину намного легче разогнать до некоторой скорости, чем тяжелый грузовик). Принято говорить, что второе (грузовик) из этих тел обладает большей инертностью, или, другими словами, второе тело обладает большей массой. Если два тела взаимодействуют друг с другом, то в результате изменяется скорость обоих тел, то есть в процессе взаимодействия оба тела приобретают ускорения. Отношение ускорений двух данных тел оказывается постоянным при любых воздействиях и обратно пропорционально массам тел:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$



В Международной системе единиц (СИ) масса тела измеряется в **килограммах (кг)**. Масса тела – **скалярная величина**. Масса определяет способность тел

к гравитационному взаимодействию (входит в закон всемирного тяготения), а также является мерой количества вещества $m = \rho V$, где ρ – плотность вещества из которого изготовлено тело, V – объем тела.

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Второй закон Ньютона – основной закон динамики. Приступая к формулировке второго закона следует вспомнить, что в динамике вводятся две новые физические величины – масса тела m и сила F . Первая из этих величин (масса m) является количественной характеристикой инертных свойств тела. Она показывает как тело реагирует на внешнее воздействие. Вторая (сила F) является количественной мерой действия одного тела на другое.

Второй закон Ньютона – это фундаментальный закон природы. Он является обобщением опытных фактов, которые можно разделить на две категории:

1. Если на тела **разной массы** подействовать **одинаковой силой**, то ускорения, приобретаемые телами, обратно пропорциональны массам

$$a \sim 1/m \text{ при } F = \text{const}$$

То есть чем меньше масса тела, тем большее ускорение приобретает тело.

2. Если **силами разной величины** подействовать на **одно и то же тело**, то ускорения тела прямо пропорциональны приложенным силам

$$a \sim F \text{ при } m = \text{const}$$

Чем больше сила, приложенная к телу, тем большее ускорение приобретает тело.

Обобщая подобные наблюдения, Ньютон сформулировал основной закон динамики. **Ускорение, приобретаемое телом при взаимодействии, прямо пропорционально равнодействующей всех сил, действующих на тело, и обратно пропорционально массе этого тела:**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Это ускорение будет постоянно до тех пор, пока не изменится результирующая сила либо пока не поменяется масса тела. При решении задач второй закон Ньютона целесообразней записывать в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Если на тело одновременно действуют несколько сил (например, \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и \vec{F}_3) то под силой \vec{F} нужно понимать **равнодействующую всех сил, то есть сумму всех сил:** $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. Если равнодействующую

щая сила $\vec{F} = 0$, то тело будет оставаться в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения (первый закон Ньютона). Верно и обратное утверждение: если тело движется с постоянной скоростью, то равнодействующая сила будет равна нулю.

ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА.

Понятие **массы** тела было введено на основе опытов по измерению ускорений двух взаимодействующих тел: массы взаимодействующих тел обратно пропорциональны численным значениям ускорений, приобретаемых во время взаимодействия:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad \text{или} \quad m_1 a_1 = m_2 a_2$$

В векторной форме это соотношение принимает вид: $m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2$. Знак «минус» выражает здесь тот факт, что ускорения взаимодействующих тел всегда направлены в противоположные стороны. Согласно второму закону Ньютона, ускорения тел вызваны силами $\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$ и $\vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$, возникающими при взаимодействии тел. Отсюда следует:

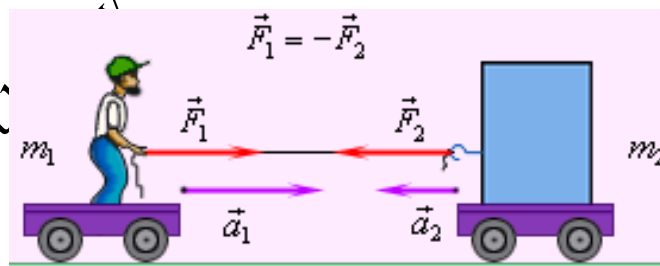
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Это равенство выражает **третий закон Ньютона**: тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению, лежащими на одной прямой и имеющими одну физическую природу.



Важно понимать, что эти силы приложены к **РАЗНЫМ ТЕЛАМ** и поэтому они не могут уравновешивать друг друга. Именно по этой причине их нельзя складывать.

Рисунок иллюстрирует третий закон Ньютона. Человек действует на груз с такой же по модулю силой, с какой груз действует на человека. Эти силы направлены в противоположные стороны. Они имеют одну и ту же физическую природу – это упругие силы каната. Сообщаемые обоим телам ускорения обратно пропорциональны массам тел.



При решении задач по данной теме важно понять какую силу вас просят найти.

Вас просят найти **результующую силу**. Это самый простой тип задач. Для начала определяем характер движения. Если тело покоится или движется с постоянной скоростью, то согласно первому закону Ньютона, результирующая сила будет равна нулю. Если же тело движется с ускорением, то результирующую силу найдем по второму закону Ньютона: $F = ma$.

ПРИМЕР. Тело массой 10 кг, начавшее двигаться под действием постоянной силы, прошло за первые три секунды путь 135 м. Определите величину действующей на тело силы.

Вот как раз такой пример. В условии задачи нам не говорят напрямую, что нам надо найти результирующую силу. Мы должны сами догадаться. Как? Во-первых, нам не сказано в каком направлении (вверх, вниз, горизонтально) движется тело. Во-вторых, нам ничего не сказано про другие силы (сила натяжения нити, сила тяги, сила трения). При этом нас просят найти величину силы. Значит, мы будем искать результирующую силу по второму закону Ньютона $F = ma$. Так как тело начало движение из состояния

покоя $v_0 = 0$, то $S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}$. Окончательно получим $F = ma = m \frac{2S}{t^2}$

ПРИМЕР. Трактор, сила тяги которого на крюке 15 кН, сообщает прицепу ускорение $0,5 \text{ м/с}^2$. Какое ускорение в (м/с^2) сообщит тому же прицепу трактор, развивающий тяговое усилие 60 кН?

При решении этой задачи важно понять, что так как в условии есть фраза «...сообщит тому же прицепу...», то масса прицепа, на которое действует разная сила, не изменяется. При этом мы ее не знаем и знать не хотим. Запишем второй закон Ньютона для первого и второго случаев

$$F_1 = ma_1 \quad \text{и} \quad F_2 = ma_2$$

В принципе из первого уравнения можно найти массу прицепа и подставить ее значение во второе уравнение. А можно разделить второе уравнение на первое. Получим

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{ma_2}{ma_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow a_2 = a_1 \frac{F_2}{F_1}$$

В принципе эту задачу можно было бы решить и устно. Главное догадаться, что так как зависимость ускорения от приложенной силы линейная, то при увеличении действующей на прицеп силы в 4 раза во столько же раз увеличится ускорение, с которым будет двигаться прицеп.

ПРИМЕР. Масса легкового автомобиля равна 2 тонны, а грузового 8 тонн. Сравнить ускорения автомобилей, если сила тяги грузового автомобиля в 2 раза больше, чем легкового.

Ускорение, с которым движется тело, можно найти из второго закона Ньютона $a = \frac{F}{m}$. Запишем второй закон Ньютона для легкового автомобиля и грузовика и найдем отношение их ускорений. При этом пусть сила тяги легкового автомобиля F . Тогда грузового $2F$. Получим

$$\frac{a_{\text{легковой}}}{a_{\text{грузовой}}} = \frac{\frac{F}{m_{\text{легковой}}}}{\frac{2F}{m_{\text{грузовой}}}} = \frac{F}{2 \text{ тонны}} \cdot \frac{m_{\text{грузовой}}}{2F} = \frac{F}{2 \text{ тонны}} \cdot \frac{8 \text{ тонн}}{2F} = 2$$

Перейдем ко другому типу задач. Вас просят найти силу тяги автомобиля, силу натяжения веревки/нити, силу упругости пружины, силу трения. То есть вас просят найти не результирующую силу, а какую-то конкретную силу. Тут сложнее. Поэтому предлагаю вашему вниманию алгоритм, который поможет в решении таких задач.

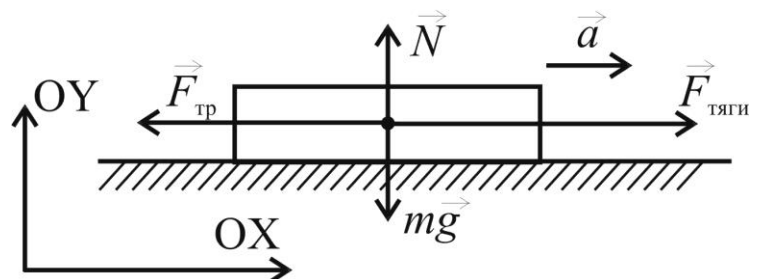
АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ДИНАМИКЕ

1. проанализировав условие задачи, установите какие силы действуют на материальную точку (тело);
2. покажите на рисунке все силы в виде векторов, то есть направленных отрезков, приложенных к одной точке – к центру масс (центру тяжести) тела;
3. длины отрезков должны качественно (примерно) соответствовать условию задачи и II закону Ньютона: векторная сумма (равнодействующая) сил, действующих на **покоящееся** или движущееся равномерно и прямолинейно тело, **равна нулю**. При **ускоренном движении** эта сумма совпадает по направлению с **вектором ускорения**. То есть сила тяги на рисунке всегда будет длиннее силы трения, если тело ускоряется и меньше силы трения, если тело останавливается;
4. выбрать систему отсчета, при этом полезно одну координатную ось направить туда же, куда направлено ускорение рассматриваемого тела, а другую – перпендикулярно ускорению;
5. записать II закон Ньютона в векторной форме: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = m\vec{a}$;
6. перейти к скалярной форме уравнения, то есть записать все его члены в том же порядке в проекциях на каждую из осей, без знаков векторов, но учитывая что силы, направленные против выбранных осей, будут иметь отрицательные проекции, и, таким образом, в левой части закона Ньютона они будут уже вычитаться, а не прибавляться;
7. составить систему уравнений, дополнив ее в случае необходимости кинематическими уравнениями, и провести далее все этапы математического решения;
8. если в движении участвует несколько тел, анализ сил и запись уравнений должен производиться **для каждого из них в отдельности**.

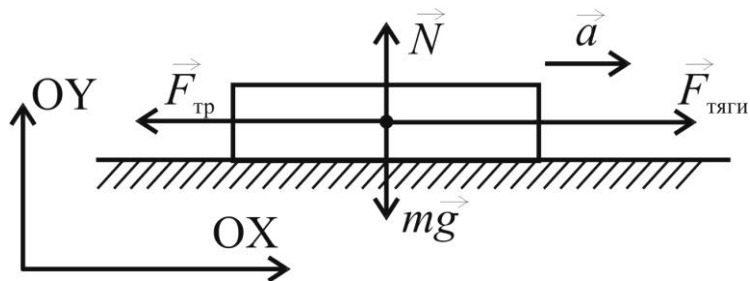
ПРИМЕР. Определите силу тяги автомобиля массой 2 тонны, если он, двигаясь с места, за 10 секунд проехал путь 200 м? Сила сопротивления движению равна 1 кН.

Это очень важный пример. Внимательно разберите его. Решаем задачу по вышеприведенному алгоритму.

1. На тело действует 4 силы – сила тяги, сила трения (сила сопротивления), сила тяжести (эта сила будет действовать на тело в 99,9 % задач по курсу «Динамика»), сила реакции опоры.
2. Согласно пункту 1 делаем рисунок. Не забываем показать на нем направление ускорения, с которым движется тело.
3. Обращаю Ваше внимание на то, что сила тяги



длинной силы трения, а сила тяжести mg равна силе реакции опоры N . Это объясняется тем, что тело движется в направлении силы тяги (сила тяги больше, чем сила трения), а в вертикальном направлении движения нет (силы тяжести и реакции опоры скомпенсировали друг друга).



4. Выбираем систему отсчета. Ось OX направим по ускорению – горизонтально. Вторая ось, естественно, будет вертикальна. В этой задаче нам будет нужна только горизонтальная ось.

5. Второй закон Ньютона в векторной форме примет вид:

$$\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

6. В скалярной форме в проекции на оси

$$OX: F_{тяги} - F_{тр} = ma.$$

$$OY: N - mg = 0$$

В ОДНОЙ ЧАСТИ УРАВНЕНИЯ ВСЕГДА ДОЛЖНЫ СТОЯТЬ СИЛЫ, В ДРУГОЙ – ma .

Небольшой анализ получившегося второго закона Ньютона. В проекции на ось OX мы получили

$$F_{тяги} - F_{тр} = ma.$$

Проекция силы тяги имеет положительный знак потому, что именно она **вызывает** движение тела. Проекция силы трения в уравнении с отрицательным знаком так как она **мешает** движению.

В проекции на ось OY мы получили

$$N - mg = 0$$

По вертикали движения нет (в правой части 0). Сила реакции опоры и сила тяжести уравновешивают друг друга. Кстати, мы могли направить ось OY и вертикально вниз. В результате мы получили бы, что $mg - N = 0$, то есть точно такое же уравнение.

Таким образом, все силы можно разделить на три типа:

1. Силы, помогающие движению (сила тяги в нашей задаче).
2. Силы, мешающие движению (сила трения).
3. Силы, не влияющие на движение в данном направлении. В нашем случае это сила тяжести и сила реакции опоры. Их проекций нет в основном уравнении $F_{тяги} - F_{тр} = ma$ так как они действуют вдоль **вертикальной** оси и напрямую никак не могут повлиять на **горизонтальное** движение тела.

7. Ускорение найдем по формуле (так как тело начинает движение из состояния покоя, то начальная скорость равна нулю)

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}.$$

8. Тело у нас одно. Следовательно, окончательно получим

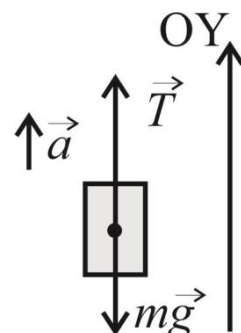
$$F_{тяги} - F_{тр} = ma \Rightarrow F_{тяги} = F_{тр} + ma \Rightarrow F_{тяги} = F_{тр} + m \frac{2S}{t^2}.$$

Проанализируем ответ. Сила тяги расходуется на преодоления силы трения и на то, чтобы телу сообщить ускорение. Если тело будет двигаться равномерно ($a = 0$), то сила тяги должна будет равна только силе трения (первый закон Ньютона).

Очень часто встречаются задачи на движение тела в вертикальной плоскости. Разберем несколько типичных задач. При этом не удивляйтесь тому, что к разным задачам рисунки будут практически одинаковые.

ПРИМЕР. Подвешенное к тросу тело массой 3 кг поднимают вертикально вверх с ускорением 5 м/с^2 . Чему равна сила натяжения троса?

Схематично изображаем тело и привязанный к нему трос. На тело действует сила натяжения троса T (именно эта сила заставляет тело двигаться вертикально вверх с ускорением a ; мы можем обозначить ее и F , но в физике принято обозначать силу натяжения троса/веревки/нити как T) и сила тяжести mg , которая мешает движению вверх. Ось OY , на которую мы будем проецировать силы, направляем так же, как и



ускорение, с которым движется тело, то есть вертикально вверх. Обращаю ваше внимание на то, что сила натяжения T на рисунке длинней, чем mg . Это потому, что она больше (тело движется вертикально вверх).

Второй закон Ньютона в проекции на ось OY будет иметь вид:

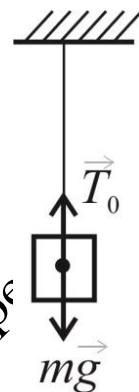
$$T - mg = ma.$$

Откуда находим

$$T = mg + ma.$$

ПРИМЕР. Проволока выдерживает неподвижный груз массой 500 кг. С каким максимальным ускорением можно поднимать на этой проволоке груз массой 400 кг, чтобы она не оборвалась?

Для начала разберемся что означает фраза «Проволока выдерживает неподвижный груз массой 500 кг». На неподвижный груз, подвешенный на проволоке, действует сила тяжести и сила натяжения проволоки (см. рисунок). Второй закон Ньютона для этого случая будет иметь вид $T_0 - mg = 0$ (разность сил равна нулю, так как груз покоится). То есть зная массу груза мы можем найти предельную силу, при которой проволока еще не оборвется: $T_0 = mg = 5\,000$ (Н). Вывод о предельной силе мы делаем из-за слова «выдерживает». Оно означает, что если масса тела будет хоть на грамм больше, то проволока не выдержит и разорвется. Иногда в задачах максимальную силу, которую выдерживает трос, могут дать как «прочность троса на разрыв». В любом случае при решении задач под этой величиной мы должны понимать максимально возможную силу натяжения троса. А дальше все просто. Основной рисунок к этой задаче будет точно такой же, как и к предыдущей. Да и второй закон Ньютона тоже будет иметь такой же вид. Решите задачу самостоятельно. **Ответ:** $2,5$ м/с².



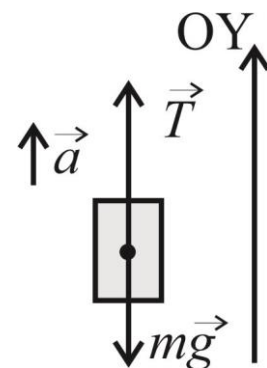
ПРИМЕР. Подвешенное к тросу тело массой 10 кг движется в вертикальной плоскости с ускорением. С каким ускорением оно движется, если сила натяжения троса равна 80 Н?

По условию задачи не сказано в каком направлении (вверх или вниз) движется тело. Ну и ладно! Будем считать, что тело движется вертикально вверх. Вы наверняка сейчас задаете себе вопрос «А вдруг мы ошиблись в своем выборе?». Ничего страшного не будет. Почему? Вы это поймете чуть позже. Второй закон Ньютона в проекции на ось OY для вертикального подъема тела будет иметь следующий вид

$$T - mg = ma.$$

Найдем ускорение, с которым поднимают тело

$$T - mg = ma \Rightarrow a = \frac{T - mg}{m} = \frac{80 - 10 \cdot 10}{10} = -2 \text{ м/с}^2.$$



Мы получили отрицательное ускорение. О чем нам это говорит? Это говорит нам о том, что мы ошиблись в выборе направления движения тела. Тело будут не поднимать вертикально вверх, а опускать вертикально вниз. Об этом можно было бы догадаться если бы вы сравнили натяжение троса, создаваемого неподвижным телом ($T_0 = mg = 100$ (Н)) и натяжением троса, при вертикальном движении тела (по условию задачи 80 (Н)). Так как натяжение троса при движении груза уменьшилось, то ускорение, с которым движется тело, направлено вертикально вниз.

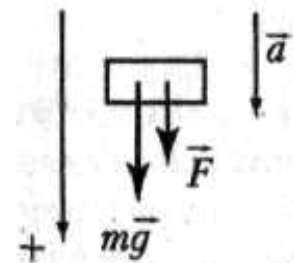
В любом случае трагедии в том, что мы неправильно выбрали направление движения нет. Отрицательный знак ускорения напрямую говорит нам о нашей ошибке.

ПРИМЕР. Какой груз можно поднять равноускоренно за 10 с, действуя силой 1 кН, на высоту 10 м?

Фразу «какой груз» следует понимать как груз какой массы. То есть нам надо найти массу тела, которое сила 1000 Ньютонов сможет поднять на высоту 10 метров за 10 секунд. Очевидно, что тело будет подниматься с ускорением, которое мы найдем по формуле $a = \frac{2S}{t^2}$. В остальном задача ничем не отличается от примеров выше.

ПРИМЕР. С какой силой нужно действовать на тело массой 10 кг, чтобы оно двигалось вертикально вниз с ускорением 5 м/с²?

На тело действуют сила тяжести и сила тяги (сила, которую нужно найти). Силой тяги мы обычно будем называть силу, которая заставляет тело двигаться в определенном направлении. При этом если сила буде приложена через нить (канат, проволоку), то обозначать мы ее будем как T . Поскольку направление силы тяги



заранее неизвестно (в условии задачи про ее направление ничего не сказано), ее можно условно изобразить действующей в произвольном направлении. Из одного из примеров вы уже знаете, что если получится отрицательный ответ, то сила будет направлена в противоположную сторону. Положительное направление оси выбираем как обычно по ускорению (чтобы не забыть поставить минус перед ma). Второй закон Ньютона в проекции на положительное направление оси принимает вид

$$F + mg = ma$$

откуда получаем

$$F = m(a - g) = -50 \text{ Н.}$$

Значит, величина силы равна 50 Ньютонов и она направлена не вниз, а вверх.

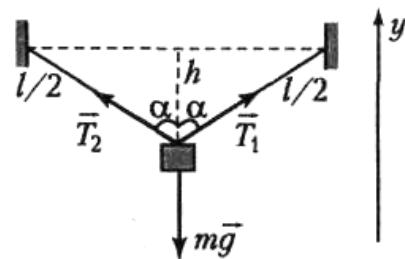
ЗАМЕЧАНИЕ 1. Силу неизвестного направления удобно изображать действующей в положительном направлении оси. Тогда мы найдем проекцию силы на ось, и знак ответа укажет направление силы по отношению к оси.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. В принципе по условию задачи можно было бы догадаться куда действует сила. Так как ускорение, с которым будет двигаться тело (5 м/с^2) меньше ускорения свободного падения ($g = 10 \text{ м/с}^2$), то сила будет мешать движению тела. Следовательно, сила будет направлена вертикально вверх (против движения тела). Если бы ускорение тела было больше ускорения свободного падения, то очевидно, что наша сила помогала бы движению тела и была направлена вертикально вниз.

ПРИМЕР. Между зданиями натянута проволока длиной 20 м, к середине которой прикреплен осветитель массой 20 кг. Каково натяжение проволоки, если она провисает на 50 см от того горизонтального уровня, на котором закреплены концы проволоки? Массу проволоки не учитывать.

Из соображений симметрии ясно, что натяжения проволоки справа и слева от груза одинаковы: $T_1 = T_2 = T$. Следовательно, в горизонтальной плоскости силы натяжения уравнивают друг друга (компенсируются). Поэтому нам надо разобраться только с осью ОУ: $2T \cos \alpha - mg = 0$.

Из рисунка находим $\cos \alpha = \frac{h}{l/2} = 0,05$, откуда $T = \frac{mg}{2 \cos \alpha} = 2000 \text{ Н.}$



- Помните!!!**
1. Если в задаче не сказано о том, что движение тела равномерное, значит движение тела ускоренное.
 2. Всегда делайте пояснительный рисунок.
 3. Если не получается решить задачу – используйте алгоритм, приведенном в этой теме.
 4. Направление начальной скорости тела и равнодействующей сил не обязательно совпадают. Например, тело может останавливаться (ускорение направлено против начальной скорости тела).
 - 5 При анализе графика зависимости силы от времени учитывайте, что сила прямо пропорциональна ускорению. То есть если сила увеличивается, то и ускорение, с которым двигается тело, увеличивается. Если сила постоянна, то и ускорение постоянно. Если сила положительна, то и ускорение положительно, а значит, скорость тела растет.

Тест 2.02.01.

1. Тело массой 6 кг, начавшее двигаться под действием постоянной силы, прошло за первую секунду путь 15 м. Определите величину силы.
1. 150 2. 210 3. 180 4. 60
2. Сила 60 Н сообщает телу ускорение $0,8 \text{ м/с}^2$. Какая сила сообщит этому телу ускорение 2 м/с^2 ?
1. 100 2. 150 3. 125 4. 175
3. Автомобиль массой 2 т, двигавшийся со скоростью 36 км/ч, остановился, пройдя после начала торможения путь 25 м. Определите величину тормозящей силы (в кН).
1. 2 2. 6 3. 4 4. 8
4. Порожний автомобиль массой 4 т начинает движение с ускорением $0,3 \text{ м/с}^2$. После загрузки при той же силе тяги он трогается с места с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Сколько тонн груза принял автомобиль? Сопротивлением движению пренебречь.
1. 1 2. 3 3. 2 4. 4
5. Покоящаяся хоккейная шайба массой 250 г после удара клюшкой, длящегося $0,02 \text{ с}$, скользит по льду со скоростью 30 м/с. Определите среднюю силу удара.
1. 300 Н 2. 325 Н 3. 350 Н 4. 375 Н
6. С какой силой нужно действовать на тело массой 2 кг, чтобы оно поднималось вертикально вверх с ускорением, вдвое большим ускорения силы тяжести? $g = 10 \text{ м/с}^2$.
1. 60 2. 80 3. 70 4. 90
7. С каким ускорением поднимают груз на веревке, если ее натяжение увеличилось втрое по сравнению с первоначальным значением.

сравнению с натяжением, создаваемым неподвижным грузом? $g=10 \text{ м/с}^2$

1. 10 2. 20 3. 15 4. 30

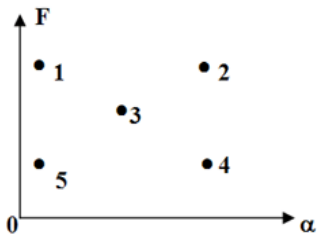
8. Прочность троса на разрыв составляет 1600 Н. Какой максимальной массы груз можно поднимать этим тросом с ускорением 15 м/с^2 ? $g=10 \text{ м/с}^2$

1. 32 2. 160 3. 64 4. 30

9. Тело массой 200 г движется равномерно со скоростью 5 м/с. Чему равна равнодействующая сила приложенная к данному телу?

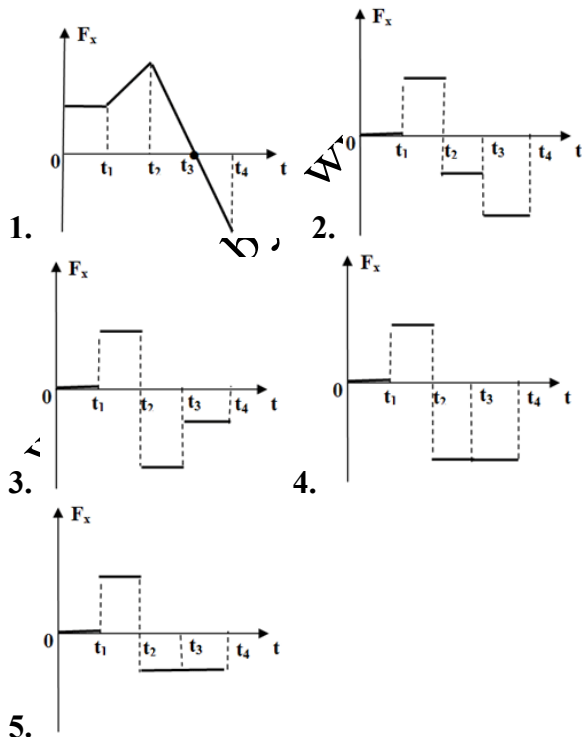
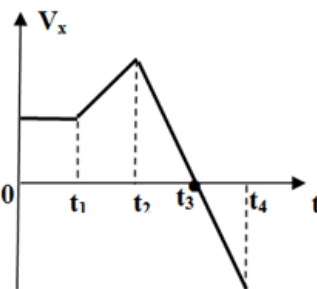
1. 1Н 2. 40Н 3. 4Н 4. 0,4Н 5. 0

10. Какая из нижеуказанных точек на диаграмме зависимости силы от ускорения соответствует телу с минимальной массой?



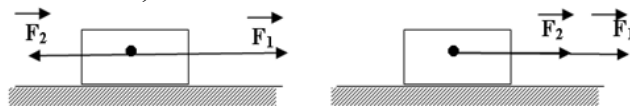
1. 1 2. 2 3. 3 4. 4 5. 5

11. Проекция скорости тела изменяется с течением времени так, как показано на рисунке. Какой из ниже приведенных графиков наиболее точно отражает зависимость проекции силы, действующей на это тело, от времени.



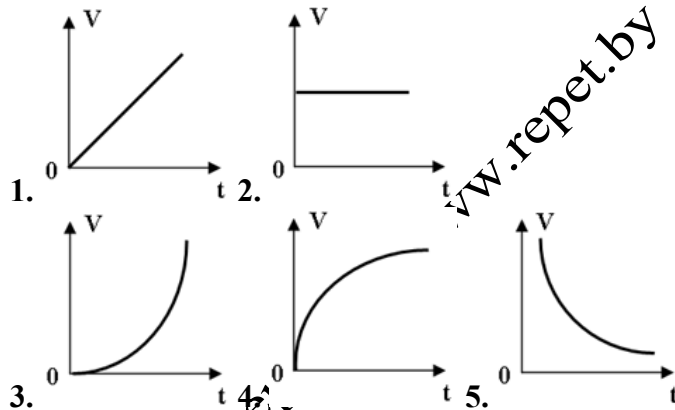
12. На тела одинаковой массы действуют силы так, как показано на рисунках. Определить отно-

шение наибольшего ускорения к наименьшему для этих тел, если $F_1 = 5F_2$?



1. 1 2. 1,5 3. 2,5 4. 4 5. 5

13. Какой из нижеприведенных графиков отражает зависимость скорости движущегося тела от времени, если равнодействующая сила равна нулю?



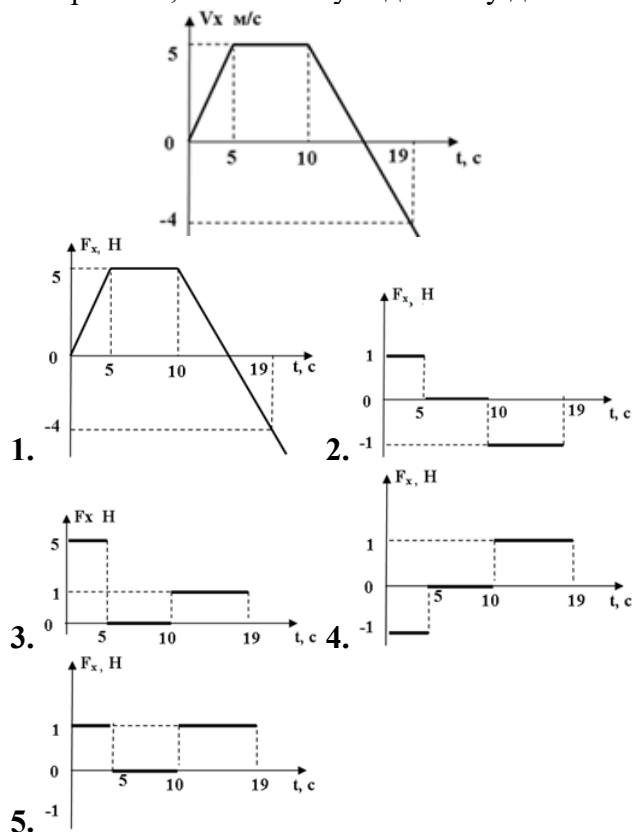
14. Тело, масса которого 2 кг, изменяет свое положение по закону: $x = -2 + 3t - t^2$. Определить проекцию силы, действующей на это тело.

1. 4Н 2. 2Н 3. -2Н 4. 1Н 5. -4Н

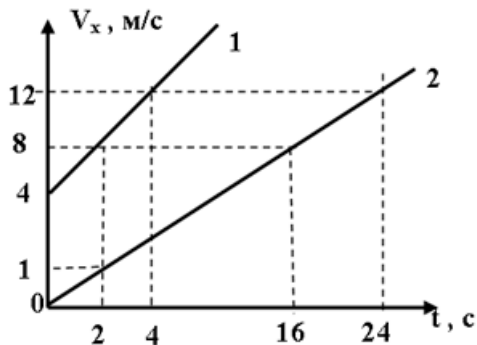
15. Тело, массой 5кг изменяет свою скорость по закону: $v_x = 2 - 4t$ (м/с). Определить величину силы действующей на это тело.

1. -20Н 2. 40Н 3. -10Н 4. 2,5Н 5. 20Н

16. Тело массой 1 кг изменяет проекцию скорости так, как показано на рисунке. Какой из нижеприведенных графиков зависимости проекции силы от времени, соответствует данному движению?



17. Два тела при столкновении изменяют свою скорость так, как показано на рисунке. В каком из нижеприведенных соотношений находятся массы этих тел?

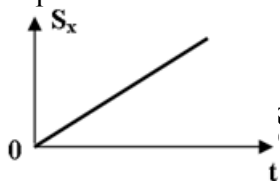


1. Масса первого тела в 4 раза больше второго.
2. Масса первого тела в 4 раза меньше второго.
3. Масса первого тела в 8 раз меньше второго.
4. Масса первого тела в 8 раз больше второго.
5. Массы тел одинаковы.

18. Действующая на тело сила увеличилась в три раза, при этом масса тела уменьшилась на 60%. На сколько процентов изменилось ускорение тела?

1. На 750% увеличилась.
2. На 50% увеличилось.
3. На 650% увеличилась.
4. На 400% увеличилась.
5. На 95% увеличилось.

19. На рисунке представлена зависимость проекции перемещения от времени. Какое или какие из нижеприведенных утверждений справедливы? I. Скорость тела постоянна. II. Равнодействующая сила постоянна. III. Равнодействующая сила равна нулю. IV. Величина ускорения постоянна и не равна нулю.

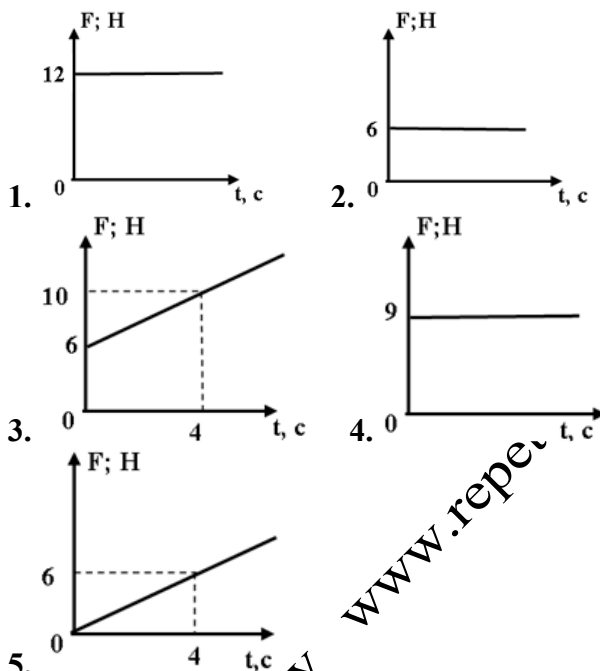
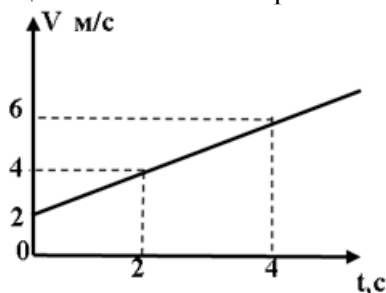


1. Только I.
2. Только III.
3. I и III.
4. II и IV.
5. I, II и III.

20. К телу массой 5 кг, лежащему на горизонтальной поверхности, под углом 60° приложены две горизонтальные силы, величины которых 5 Н и 3 Н. С каким ускорением движется это тело?

1. 3,8
2. 0
3. 9,8
4. 20
5. 1,4

21. Скорость тела массой 6 кг изменяется так, как показано на рисунке. Какой из ниже приведенных графиков наиболее точно отражает зависимость силы действующей на это тело от времени?



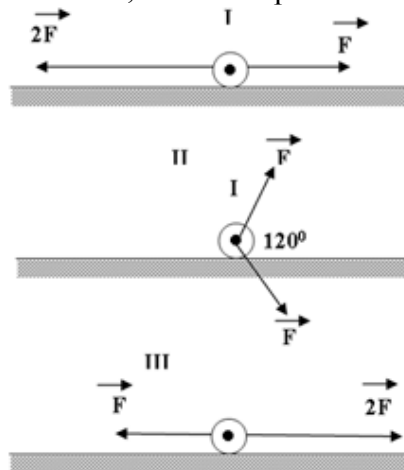
22. С каким минимальным ускорением может двигаться тело массой 20 кг под действием сил 30 Н, 40 Н и 50 Н, направленных по одной прямой?

1. 0
2. 3,9
3. 8
4. 20
5. 1,4

23. На цепи, выдерживающей натяжение 10 Н, поднимают груз массой 0,5 кг из состояния покоя вертикально вверх. Считая движение равноускоренным, найдите предельную высоту (в см), на которую можно поднять груз за время 0,1 с, чтобы нить не оборвалась

1. 5
2. 15
3. 10
4. 20

24. На три тела одинаковой массы действуют силы так, как указано на рисунках. В каком из нижеприведенных соотношений находятся модули ускорения этих тел, если поверхности гладкие?



1. $a_3 > a_2 > a_1$
2. $a_3 < a_1 > a_2$
3. $a_1 = a_3 > a_2$
4. $a_1 = a_3 < a_2$
5. $a_1 = a_2 = a_3$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	3	3	4	1	2	3	5	4
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	2	2	5	1	2	2	3	3	5
21	22	23	24						
2	2	1	5						

Тест 2.02.02.

1. Автомобиль массой 1 т, двигаясь равноускоренно, с места набирает скорость 100 км/ч за 10 с. Чему равно среднее значение силы в (Н), обеспечивающей разгон автомобиля?

2. Трактор, сила тяги которого на крюке 15 кН, сообщает прицепу ускорение $0,5 \text{ м/с}^2$. Какое ускорение сообщит тому же прицепу трактор, развивающий тяговое усилие 60 кН?

3. Тело массой 4 кг под действием некоторой силы приобрело ускорение 2 м/с^2 . Какое ускорение приобретает тело массой 10 кг под действием такой же силы?

4. Какой груз можно поднять равноускоренно за 10 секунд, действуя силой 1 кН, на высоту 10 м? Каково будет натяжение веревки, если этот груз с таким же ускорением будет опускаться вниз?

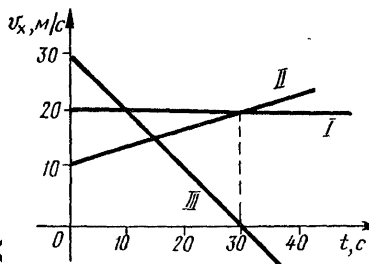
5. Порожнему прицепу тягач сообщает ускорение $0,4 \text{ м/с}^2$, а груженому $0,1 \text{ м/с}^2$. Какое ускорение сообщит тягач обоим прицепами, соединенным вместе? Силу тяги тягача считать во всех случаях одинаковой.

6. Тетива лука в месте контакта со стрелой образует угол 120° . Найти модуль силы натяжения тетивы, если лучник тянет стрелу с силой 500 Н. Стрела расположена симметрично относительно лука.

7. Найдите проекцию силы, Действующей на тело массой 500кг, если его координата изменяется по закону $x = 20 - 10t + t^2$.

8. Под действием силы 150Н тело движется так, что его координата изменяется по закону $x = 100 + 5t + 0,5 t^2$. Какова масса тела?

9. На рисунке изображены графики скорости движения двух тел I и II с одинаковой массой, 5кг каждое, и тела III массой 10кг.

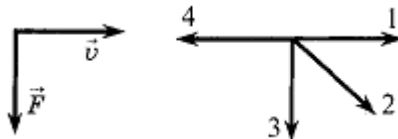


Найдите силу (в Н), действующую на каждое тело.

10. Снаряд массой 2кг вылетает из ствола горизонтально со скоростью 1000м/с. Определите силу давления газов, считая ее постоянной, если длина ствола 3,5м.

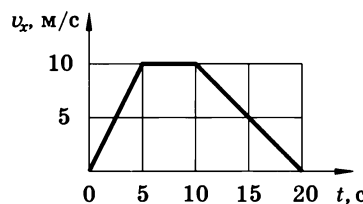
11. Мяч массой 0,5 кг после удара, длящегося 0,02 с, приобретает скорость 10 м/с. Найти среднюю силу удара.

12. На левом рисунке представлены вектор скорости и вектор равнодействующей всех сил, действующих на тело.



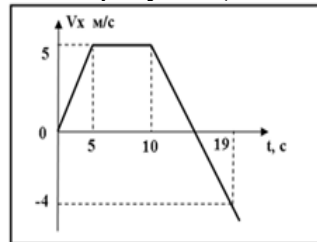
Какой из четырех векторов на правом рисунке показывает ускорение тела?

13. На рисунке представлен график зависимости проекции скорости от времени тела массой 2 кг. Найти проекцию силы в (Н), действующей на тело на каждом этапе движения.

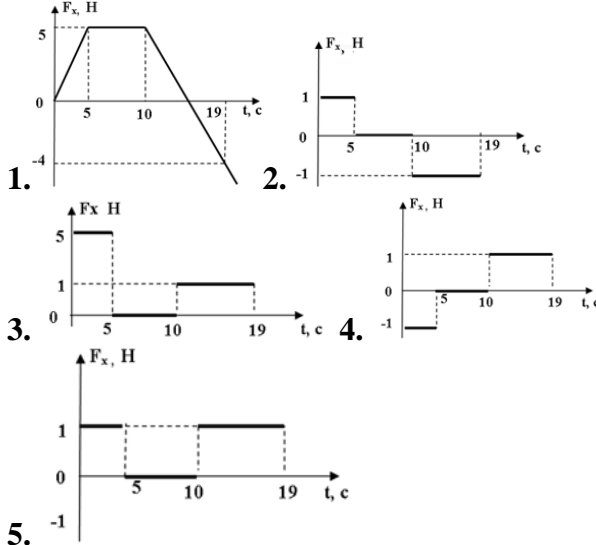


14. Проволока выдерживает неподвижный груз массой 450 кг. С каким максимальным ускорением в (м/с^2) можно поднимать груз массы 400 кг, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не оборвалась?

15. Тело массой 1 кг изменяет проекцию скорости так, как показано на рисунке (см. ниже).



Какой из нижеприведенных графиков зависимости проекции силы от времени, соответствует данному движению?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2800	2	0,8	100 кг, 960 Н	0,08	500	1000	150	0; 1,67; -10	$2,86 \cdot 10^5$	250	3	4, 0, -2	1,25	2

2.03. Вес тела и невесомость

Вы должны научиться различать три очень важных понятия: **сила тяжести, вес тела и масса тела.**

Сила тяжести – сила, с которой тела притягиваются к Земле. Она постоянна, равна mg и не зависит от того как движется тело.

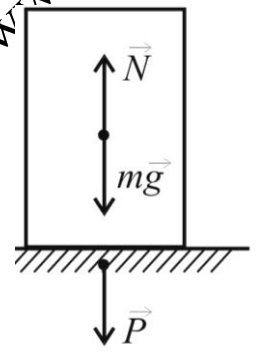
Масса тела – свойство тела, характеризующее его инертность (способность сохранять свою скорость постоянной). В Международной системе единиц (СИ) масса тела измеряется в **килограммах (кг)**. Масса тела – **скалярная величина**.

Весом тела называют **силу**, с которой тело действует на опору или подвес. **Вес – сила, измеряется в ньютонах, а не в килограммах!!!** При этом предполагается, что тело неподвижно **относительно опоры или подвеса (однако может двигаться вместе с опорой или подвесом, о чем чуть ниже)**.

Пусть тело лежит на неподвижном относительно Земли горизонтальном столе (см. рисунок). На тело действуют сила тяжести $F_T = mg$, направленная вертикально вниз, и сила упругости $F_{\text{упругости}} = N$, с которой опора действует на тело. Силу N называют **силой нормального давления** или **силой реакции опоры**. Силы, действующие на тело, уравнивают друг друга: $mg = N$.

Так как опора действует на тело с силой равной N , то в соответствии с третьим законом Ньютона **тело должно действовать на опору** с некоторой силой P , равной по модулю силе реакции опоры и направленной **в противоположную сторону**: $\vec{P} = -\vec{N}$ (знак минус говорит о том, что вектора направлены в противоположные стороны).

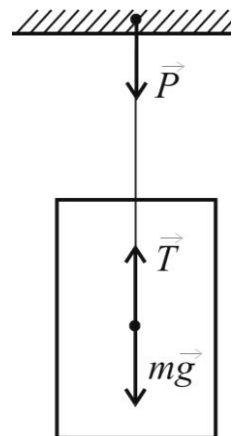
Силу P называют **весом тела**. Из приведенных выше соотношений видно, что $P = F_T = mg$, то есть вес тела P в данном случае (когда тело находится в состоянии покоя) равен силе тяжести mg .



Важно понять, что вес тела и сила тяжести приложены к разным телам и имеют разную природу! Сила тяжести имеет гравитационную природу и приложена к телу. Вес, как и сила упругости, имеет электромагнитную природу и приложен к опоре.

Если же тело подвешено на нити (см. рисунок), то вместо силы реакции опоры N появляется сила натяжения нити T (или сила упругости пружины). Остальные рассуждения остаются такими же.

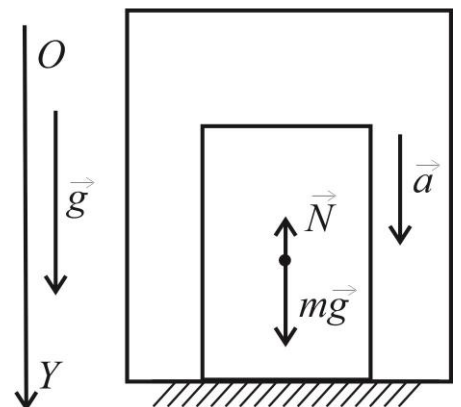
Запомните, что **вес тела никогда не изображается на рисунках!** Он просто вычисляется по формулам. На рисунках изображается сила натяжения нити T либо сила реакции опоры N , которые по третьему закону Ньютона численно равны весу, но направлены в другую сторону. Если по условию задачи вас просят найти вес тела (силу, с которой тело действует на дно лифта или силу, с которой тело растягивает нить), то мы просто ищем силу реакции опоры N или силу натяжения нити T . **Вес на рисунках мы не изображаем!!!**



Рассмотрим теперь случай, когда тело лежит на опоре (или подвешено на пружине; решение от этого не изменится) в кабине лифта, движущейся с некоторым ускорением a относительно Земли вертикально вниз (см. рисунок; еще раз обращаю ваше внимание, что вес P на рисунке не изображаем). На тело по-прежнему действуют сила тяжести mg и сила реакции опоры N , но теперь эти силы не уравнивают друг друга. По второму закону Ньютона

$$mg - N = ma \Rightarrow N = mg - ma = m(g - a).$$

Из формулы видно, что сила реакции опоры N (то есть вес тела) при движении тела с ускорением, направленным вертикально вниз, меньше нормального веса mg на величину ma . Если ускорение, с которым движется лифт, равно ускорению силы тяжести $a = g$ (лифт свободно падает), то вес станет равным нулю. Такое состояние называется **невесомостью**. Оно возникает, например, в кабине космического корабля при его движении по орбите с выключенными реактивными двигателями.



Если вектор ускорения a направлен вертикально вверх (см. рисунок; так же мы меняем направление оси OY), то второй закон Ньютона запишется в виде

$$N - mg = ma \Rightarrow N = mg + ma = m(g + a).$$

Из формулы видно, что сила реакции опоры N (то есть вес тела) при движении тела с ускорением, направленным вертикально вверх больше нормального веса mg на величину ma . Увеличение веса тела, вызванное ускоренным движением опоры или подвеса, называют **перегрузкой**. Действие перегрузки испытывают космонавты, как при взлете космической ракеты, так и на участке торможения при входе корабля в плотные слои атмосферы. Большие перегрузки испытывают летчики при выполнении фигур высшего пилотажа, особенно на сверхзвуковых самолетах. Перегрузка равна отношению веса движущегося тела к весу тела в состоянии покоя и рассчитывается по формуле

$$k = \frac{N}{N_0} = \frac{m(g + a)}{mg} = \frac{g + a}{g} = 1 + \frac{a}{g},$$

где N – вес тела движущегося тела, N_0 – вес этого же тела в состоянии покоя. Перегрузка – безразмерная величина. Это хорошо видно из формулы. Поэтому не верьте писателям-фантастам, которые в своих книгах измеряют ее в g .

Как вы, наверное, могли заметить, при вертикальном движении вес тела увеличивается или уменьшается всегда на одну и ту же величину $-ma$. Вы можете использовать это при решении задач.

Иногда вес тела может быть направлен под некоторым углом к вертикали. Например, это может случиться при разгоне тела в автомобиле (см. рисунок). При этом вес тела будет равен

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2},$$

где $N_1 = mg$, а $N_2 = ma$. Откуда

$$N = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} = m\sqrt{g^2 + a^2}.$$

ПРИМЕР. Чему равен вес стоящего в лифте человека массой 70 кг, если лифт опускается с ускорением, направленным вниз и равным 3 м/с^2 ?

Как я уже писал выше, если мы видим в условии задачи требование найти вес – мы ищем силу реакции опоры или силу натяжения каната (троса). Кроме реакции пола N , на человека действует сила тяжести mg . Выбирая положительное направление оси вниз (по ускорению движения лифта), получим $mg - N = ma$, откуда

$$N = m(g - a) = 490 \text{ Н.}$$

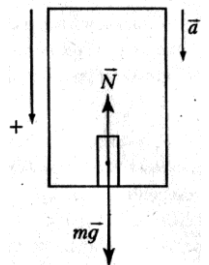
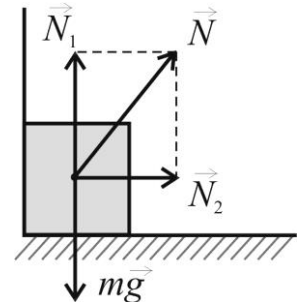
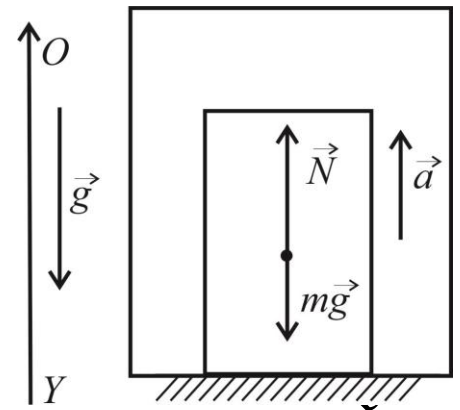
ПРИМЕР. Груз массой 150 кг лежит на дне кабины движущегося лифта и давит на его дно с силой 1200 Н. Определите величину и направление ускорения лифта.

Для начала определим как направлено ускорение, с которым движется лифт. В состоянии покоя вес тела равен $N_0 = mg = 1500 \text{ (Н)}$. По условию задачи вес тела в лифте равен 1200 (Н), то есть вес уменьшился. Следовательно, ускорение будет направлено вертикально вниз. Второй закон Ньютона для такого случая будет иметь следующий вид

$$mg - N = ma \Rightarrow a = \frac{mg - N}{m} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

И еще раз. Нельзя путать массу и вес тела!! Масса – собственная характеристика тела, измеряется в килограммах. Вес – сила действия на опору или подвес, измеряется в Ньютонах. Однако часто фраза «тело весом 100 Н» означает, что масса тела 10 кг. Так можно считать, если вес по величине равен силе тяжести. Это бывает в случаях, когда опора покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Так же важно понять, что увеличение или уменьшение веса зависит от направления ускорения, а не от направления движения опоры или подвеса. Например, лифт может двигаться вертикально вверх и при этом останавливаться. Следовательно, ускорение, с которым



двигается лифт, будет направлено вертикально вниз. И, как следствие, вес тела будет уменьшаться (вспомните свои ощущения в лифте при таком движении).

Вывод: если тело движется в вертикальной плоскости и ускорение направлено вертикально вверх – вес тела будет увеличиваться. Если ускорение направлено вертикально вниз – вес тела будет уменьшаться. При вертикальном движении тела **изменение** веса будет всегда равно ma .

Вес тела меняется только при УСКОРЕННОМ движении тела. При равномерном движении (пусть даже с очень большой скоростью) вес тела изменяться не будет (кроме движения по окружности).

Тест 2.03.01.

1. Какое из нижеприведенных утверждений справедливо?

1. Вес тела равен его массе.
2. Вес тела всегда равен его силе тяжести.
3. Вес тела всегда больше его силы тяжести.
4. Вес тела всегда меньше его силы тяжести.
5. Вес тела может быть как больше, так и меньше силы тяжести, а может быть и равен ей.

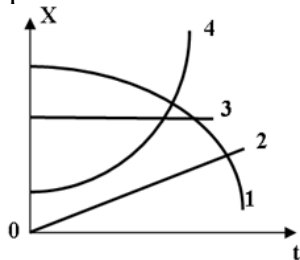
2. Подъемник поднимает груз равноускоренно и за первые 5 с от начала подъема проходит 50 м. Масса покоящегося подъемника 70 кг. На сколько изменился вес подъемника при подъеме?

1. увеличился на 280 Н.
2. уменьшился на 280 Н.
3. не изменился.
4. увеличился на 406 Н.

3. Гимнаст, масса которого 60 кг, опускается по канату с ускорением 1 м/с^2 . Сила натяжения каната равна:

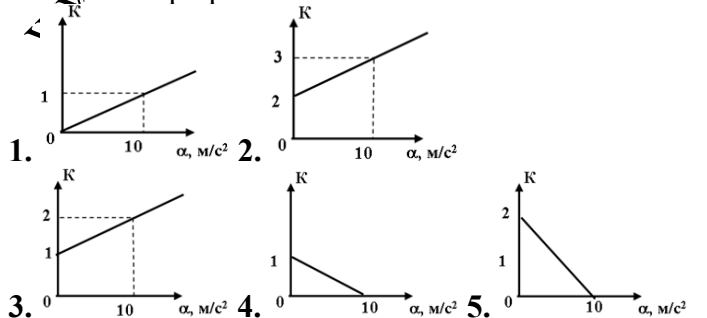
1. 600 Н.
2. 60 Н.
3. 660 Н.
4. 540 Н.

4. Лифт может изменять свои координаты с течением времени так, как показано на рисунке. Какой или какие из нижеприведенных графиков соответствуют ситуации при которой вес тела лежащего на полу лифта равен его силе тяжести?



1. Только 1.
2. Только 3.
3. 2 и 3.
4. 1 и 4.
5. 1, и 3.

5. Какой из нижеприведенных графиков наиболее точно отражает зависимость перегрузки, испытываемой космонавтом от величины ускорения взлетающей вверх ракеты?



6. Космонавт массой 60 кг при вертикальном взлете ракеты давит на опору с силой 5400 Н.

Найдите ускорение ракеты.

1. 50.
2. 60
3. 70
4. 80

7. Лифт в начале движения и при остановке имеет одинаковые по абсолютной величине ускорения. Чему равна величина этого ускорения, если вес человека, находящегося в лифте, в первом и во втором случае отличается в три раза?

1. 4
2. 6
3. 5
4. 7

8. В неподвижном лифте показания динамометра равны 120 Н. С какими по модулю ускорением движется лифт, если груз, подвешенный к динамометру, растянул его до отметки 80 Н?

1. $6,6 \text{ м/с}^2$.
2. $1,65 \text{ м/с}^2$.
3. $3,3 \text{ м/с}^2$.
4. 5 м/с^2 .

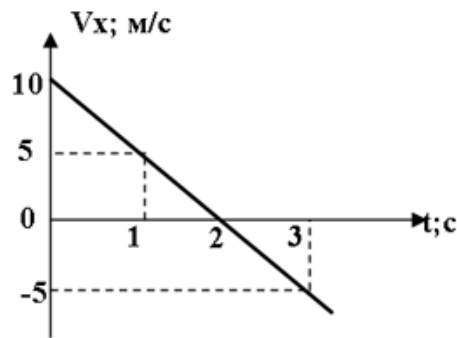
9. С каким ускорением поднимают груз на веревке, если ее натяжение увеличилось втрое по сравнению с натяжением, создаваемым неподвижным грузом?

1. $6,6 \text{ м/с}^2$
2. 20 м/с^2
3. 30 м/с^2
4. 40 м/с^2 .

10. С какой силой будет давить на потолок лифта тело массой 5 кг, если лифт опускается с ускорением 12 м/с^2 ?

1. 2.
2. 5
3. 8
4. 10

11. Тело массой 500 г изменяет проекцию скорости с течением времени так, как показано на рисунке. На сколько вес тела в момент времени 1 с, отличается от веса этого же тела в момент времени 3 с?



1. На 10 Н больше
2. На 10 Н меньше
3. На 5 Н больше
4. На 5 Н меньше
5. Не отличаются

12. Чему равен вес космонавта массой 70 кг, стартовавшего с поверхности Земли с ускорением $4g$? Какую перегрузку испытывает космонавт?

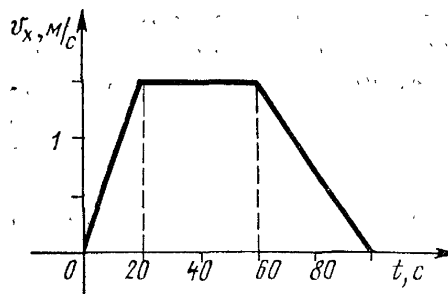
1. 3500 Н, 5
2. 2500 Н, 4
3. 2800 Н, 5
4. 3500 Н, 4
5. 2800 Н, 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	1	4	3	3	4	3	3	2	4	5	

Тест 2.03.02

1. Космическая ракета при старте с поверхности Земли движется вертикально с ускорением. Найти это ускорение v , если вес летчика-космонавта увеличился в 6 раз.
2. С каким ускорением надо поднимать гирию, чтобы ее вес увеличился вдвое? С каким ускорением надо ее опускать, чтобы вес уменьшился вдвое?
3. Тело брошено вертикально вверх. В каком из перечисленных ниже случаев тело находится в состоянии невесомости: **1.** только в верхней точке полета; **2.** только при движении вниз; **3.** только при движении вверх; **4.** все время полета
4. Груз массой 150 кг лежит на дне движущегося лифта и давит на него с силой 1800 Н. Определите модуль v и направление ускорения лифта
5. Ракета на старте движется вертикально вверх с ускорением 20 м/с^2 . Каков вес космонавта массой 80 кг? Какую перегрузку он испытывает?
6. Груз лежит на полу кабины лифта. Во сколько раз сила давления груза на пол поднимающегося с ускорением 5 м/с^2 лифта больше его силы давления на пол опускающегося с тем же по величине ускорением лифта?

7. К динамометру, подвешенному в кабине лифта, прикреплен груз массой 5 кг. Лифт движется вверх. Определить ускорение лифта, считая его одинаковым по величине при разгоне и торможении, если известно, что во время разгона показание динамометра больше, чем в момент торможения, на 15 Н.
8. Человек массой 60 кг находится в лифте, скорость которого изменяется, как показано на рисунке.



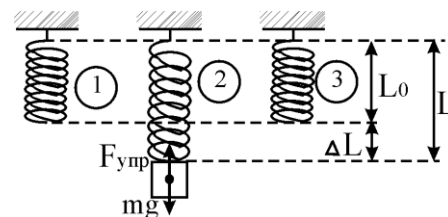
Определите вес человека на разных этапах движения.

1	2	3	4	5	6	7	8
10	10; 5	4	4; вверх	2400, 3	3	1,5	604,5; 600; 597,6

2.04. Сила упругости. Закон Гука

Деформацией называют любое изменение формы или размеров тела. При **деформации** тела возникает сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела. Эта сила возникает вследствие **электромагнитного** взаимодействия между атомами и молекулами вещества. Ее называют **силой упругости**.

Упругими называют такие деформации, при которых тело полностью восстанавливает свою форму после прекращения действия деформирующей силы. Например, после того как груз сняли с пружины, ее длина в недеформированном состоянии не изменилась (см. рисунок).

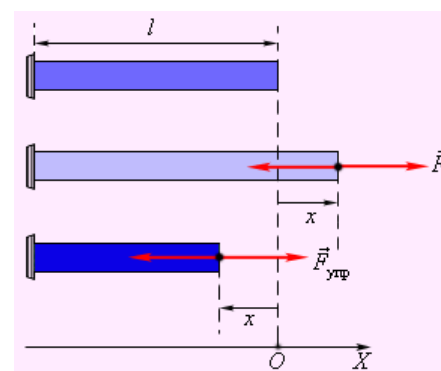


Простейшим видом деформации является **деформация растяжения или сжатия**. Посмотрите на рисунок. Сверху изображен недеформированный стержень. После него показана деформация растяжения, при которой сила упругости будет стремиться сжать тело. Последней показана деформация сжатия, при которой сила упругости будет стремиться растянуть тело.

При **малых** деформациях (величина деформации намного меньше размеров тела) сила упругости пропорциональна деформации и направлена в сторону, противоположную направлению перемещения частиц тела при деформации:

$$F_{\text{упр}} = kx,$$

где x – величина деформации тела (равна разности между начальной и конечной длиной тела; иногда ее могут обозначить как l или Δl), k – **жесткость** тела, которая характеризует упругие свойства тела. Жесткость тела **зависит только от материала, из которого изготовлено тело, размеров и формы тела и никогда не будет зависеть от приложенной силы или величины деформации**. Жесткость тела показывает, какую силу надо приложить к телу, чтобы изменить его размеры на 1 м. Единица измерения



$k = \frac{F}{x} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Таким образом, у каждого конкретного тела (а не материала) есть своя жесткость и она не из-

меняется для данного тела. То есть если у Вас в задаче несколько раз растягивали одну и ту же пружину Вы должны понимать, что ее жесткость во всех случаях была одна и та же.

Важно понимать, что жесткость тела никогда не будет зависеть от приложенной силы!!! Аналогичным образом плотность воды не зависит от объема банки, в которую ее налили.

Задачи данной темы ничем не отличаются от задач предыдущих тем. Надо только иметь в виду, что сейчас вместо силы тяги в условии задачи может фигурировать пружина и будут даны параметры пружины (ее жесткость и величина деформации). Зная параметры пружины, мы сможем найти силу упругости, которая и будет являться силой тяги.

Если тело будут поднимать или опускать на нитке/тросе/канате, то при помощи закона Гука мы сможем найти силу упругости T , возникающую в нитке/тросе/канате.

ПРИМЕР. При помощи пружины с ускорением 5 м/с^2 , направленным вверх, поднимают груз массой 10 кг . Найдите удлинение пружины динамометра, если ее жесткость 1000 Н/м .

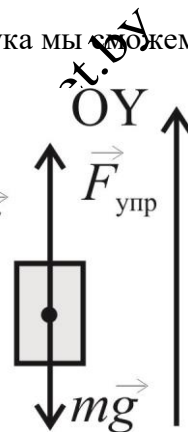
Делаем рисунок к задаче. На тело действуют две силы – сила упругости $F_{\text{упр}}$, которая помогает движению тела и сила тяжести, которая мешает телу подниматься.

Второй закон Ньютона в проекции на ось OY примет вид

$$F_{\text{упр}} - mg = ma.$$

По закону Гука $F_{\text{упр}} = kx$. Следовательно

$$kx - mg = ma \Rightarrow kx = mg + ma \Rightarrow x = \frac{m(g+a)}{k} = 0,15 \text{ (м)} = 15 \text{ (см)}$$



ПРИМЕР. Грузовик взял на буксир автомобиль массой 2 тонны и, двигаясь равноускоренно, за 50 с проехал 500 м . На сколько при этом удлинился трос, соединяющий автомобили, если его жесткость $2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$? Трение не учитывать.

Грузовик, который тянет автомобиль, нам не интересен. Нас интересует то, что автомобиль под действием силы упругости со стороны троса начинает двигаться с ускорением. Так как грузовик и автомобиль связаны тросом, то ускорение, с которым будет двигаться автомобиль, равно ускорению грузовика. На автомобиль действует 3 силы – сила тяги, сила тяжести и сила реакции опоры. Второй закон Ньютона в проекции на ось OX будет иметь очень простой вид

$$F_{\text{тяги}} = ma.$$

Сила тяги будет равна силе упругости троса $F_{\text{тяги}} = kx$, а ускорение автомобиля будет равно

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}.$$

Окончательно получим

$$F_{\text{тяги}} = ma \Rightarrow kx = m \frac{2S}{t^2} \Rightarrow x = m \frac{2S}{kt^2}$$

ПРИМЕР. Пружина, растянутая на 5 см , сообщила телу ускорение 2 м/с^2 . Эта же пружина, растянутая на 3 см , сообщит этому же телу ускорение, равное...

У нас две задачи в одной. При этом пружина и тело не меняют. Это говорит нам о том, что и жесткость пружины и масса тела в обоих не изменяются. Запишем второй закон Ньютона для каждого случая

$$\begin{aligned} F_{\text{упругости}1} &= ma_1 & \Rightarrow & \quad kx_1 = ma_1 \\ F_{\text{упругости}2} &= ma_2 & \Rightarrow & \quad kx_2 = ma_2 \end{aligned}$$

Так как мы не знаем ни жесткость пружины ни массу тела, разделим второе уравнение на первое

$$\begin{aligned} kx_1 &= ma_1 \\ kx_2 &= ma_2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{kx_2}{kx_1} = \frac{ma_2}{ma_1} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow a_2 = a_1 \frac{x_2}{x_1}$$

При подстановке мы может не переводить удлинение пружины из сантиметров в метры, так как в ответе у нас отношение длин и размерность там не играет роли. Главное, чтобы единицы измерения удлинения были одинаковы.

Тест 2.04.01.

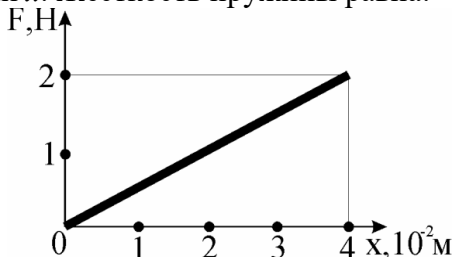
1. В лифте, опускающемся с ускорением $1,3 \text{ м/с}^2$, на пружине жесткостью 595 Н/м висит груз. Найдите массу (в г) груза, если удлинение пружины равно 1 см . $g=9,8 \text{ м/с}^2$

1. 600 2. 595 3. 700 4. 1000

2. Под действием силы 8 Н пружина удлинилась на 4 см . Жесткость пружины равна:

1. 200 2. 20 3. 300 4. 400

3. На рисунке представлен график зависимости модуля силы упругости $F_{\text{упр}}$ пружины от ее деформации x . Жесткость пружины равна:



1. 25 2. 100 3. 50 4. 150

4. При буксировке автомобиля массой 1 т с ускорением 1 м/с^2 стальной трос удлиняется на 1 мм . Жесткость буксировочного троса равна:

1. 1000 кН/м 2. 1500 Н/м
3. 1000 Н/м 4. 1500 кН/м

5. При помощи пружинного динамометра с ускорением $2,2 \text{ м/с}^2$, направленным вверх, поднимают груз массой 20 кг . Удлинение пружины динамометра, если ее жесткость 10000 Н/м , равно (в см):

1. 1,2 2. 4,8 3. 2,4 4. 5,6

6. Жесткость стального провода равна 10^4 Н/м . Если к концу троса, сплетенного из 10 таких проводов, подвесить груз массы 200 кг , то трос удлинится на:

1. 0,02 2. 2 3. 0,04 4. 4

7. Пружина, растянутая на 5 см , сообщила телу ускорение 2 м/с^2 . Эта же пружина, растянутая на 3 см , сообщит этому же телу ускорение, равное:

1. 1,2 2. 12 3. 2,4 4. 2,8

8. Как изменится жесткость пружины при уменьшении сил, приложенных к ее концам в два раза?

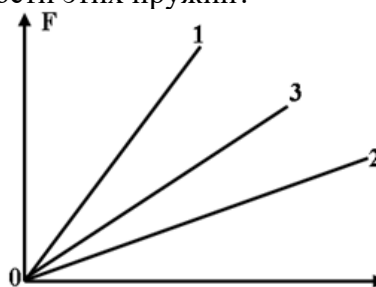
1. Уменьшится в 2 раза. 2. Увеличится в 2 раза.
3. Не изменится. 4. Увеличится в 4 раза.
5. Уменьшится в 4 раза.

9. Какое из нижеприведенных утверждений справедливо?

1. Жесткость пружины прямо пропорциональна возникающей силе упругости. 2. Возникающая сила упругости прямо пропорциональна длине пружины. 3. Жесткость пружины зависит только от геометрических размеров данной пружины. 4. Жесткость пружины зависит только от материала из которого она изготовлена. 5. Жесткость пружины зависит от геометрических размеров данной пружины и материала из которого она изготовлена.

10. На рисунке приведен график зависимости си-

лы упругости от абсолютного удлинения для трех пружин различной жесткости. В каком из нижеприведенных соотношений находятся между собой жесткости этих пружин?

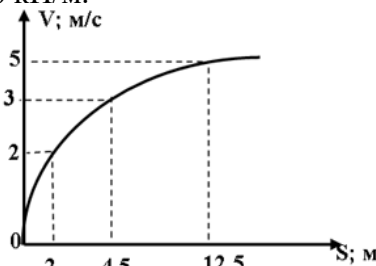


1. $k_1 > k_2 > k_3$ 2. $k_1 < k_2 < k_3$
3. $k_1 > k_3 > k_2$ 4. $k_1 < k_3 < k_2$ 5. $k_1 = k_2 = k_3$

11. Тело массой 10 кг под действием силы упругости изменяет свою координату по закону: $x = 12 + 3t + 2t^2$ (м). Определить силу трения, если жесткость пружины 60 кН/м , а абсолютное удлинение пружины 1 мм .

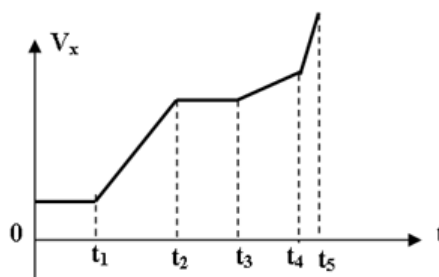
1. 50 2. 200 3. 44 4. 70 5. 20

12. Под действием силы упругости, тело массой 3 кг , изменяет свою скорость с перемещением так, как показано на рисунке. Определить абсолютное удлинение пружины (в см), если коэффициент жесткости 6 кН/м .



1. 0,5 2. 5 3. 0,05 4. 25 5. 0,25

13. Тело, двигающиеся по шероховатой поверхности под действием силы упругости, изменяет свою скорость с течением времени так, как показано на рисунке. В какой из нижеприведенных интервалов времени абсолютное удлинение пружины будет наибольшим?

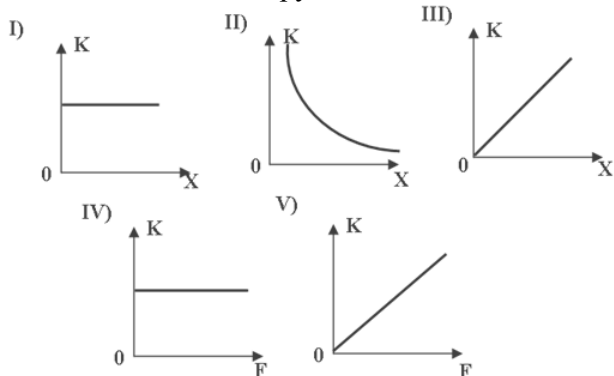


1. $(t_1; t_2)$ 2. $(0; t_1)$ 3. $(t_2; t_3)$ 4. $(t_3; t_4)$ 5. $(t_4; t_5)$

14. На пружине жесткостью k висит груз массой m . На сколько процентов изменится абсолютное удлинение пружины, если коэффициент жесткости пружины уменьшится на 60% ?

1. Увеличится на 250% 2. Уменьшится на 150%
3. Увеличится на 150% 4. Уменьшится на 60%
5. Увеличится на 40%

15. Какие из нижеприведенных графиков отражают зависимость коэффициента жесткости от величины действующей силы и от величины абсолютного удлинения для данной пружины?



1. II и IV 2. III и IV 3. II и IV 4. I и V 5. I и IV
16. К пружине жесткостью 500 Н/м подвесили

груз массой 1 кг. В результате длина пружины стала равной 16 см. До какой длины растянется пружина, если к ней подвесить еще два таких же груза?

1. 18 2. 20 3. 22 4. 25 5. 28

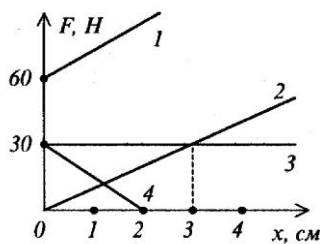
17. Две пружины равной длины, скрепленные одними концами, растягивают за свободные концы руками. Одна из пружин, жесткость которой составляет 100 Н/м, удлинилась на 3 см. Какова жесткость второй пружины, если ее удлинение равно 1 см?

1. 30 2. 60 3. 100 4. 200 5. 300

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1	3	1	3	1	1	3	5	3
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5	3	5	3	5	2	5	3	5	3

Тест 2.04.02.

- На сколько удлинится (в мм) рыболовная леска жесткостью 0,5 кН/м при поднятии вертикально вверх рыбы массой 200 г?
- Один конец пружинки с коэффициентом жесткости 100 Н/м привязан к потолку лифта, а к другому концу привязана гирька массой 100 г. Найти модуль ускорения лифта (в м/с^2), если растяжение пружинки равно 1,2 см.
- С помощью пружинного динамометра груз массой 2 кг поднимают вверх с ускорением $2,5 \text{ м/с}^2$. Определите удлинение пружины динамометра (в мм), если ее жесткость равна 1000 Н/м.
- Найти удлинение (в мм) буксирного троса жесткостью 100 кН/м при буксировке автомобиля массой 2т с ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$.
- На каком графике представлена зависимость модуля силы упругости F от удлинения пружины с жесткостью $k=1000 \text{ Н/м}$?

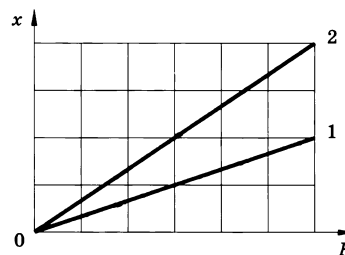


6. Пружина, растянутая на 5 см, сообщила телу ускорение 2 м/с^2 . Эта же пружина, растянутая на 3 см, сообщит этому же телу ускорение, равное:

7. Грузовик взял на буксир автомобиль массой 2 т и, двигаясь равноускоренно, за 50 с проехал 500 м. На сколько при этом удлинился трос (в мм), соединяющий автомобили, если его жесткость $2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$? Трение не учитывать.

8. К пружине жесткостью 500 Н/м подвесили груз массой 1 кг. В результате длина пружины стала равной 12 см. До какой длины растянется пружина, если к ней подвесить еще два таких же груза?

9. На рисунке представлены графики зависимости удлинения от модуля приложенной силы для стальной 1 и медной 2 проволок равной длины и диаметра. Во сколько раз отличаются жесткости пружин?



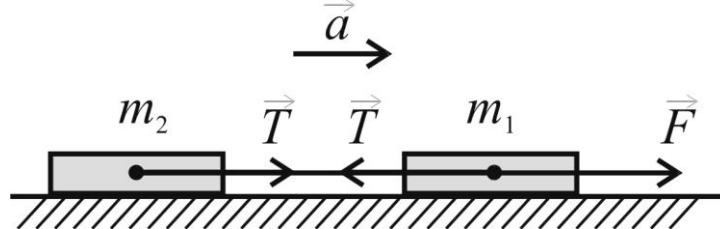
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	25	10	2	1,2	0,4	16 см	2

2.05. Система из двух тел. Блоки

Алгоритм решения задач.

1. Сделать рисунок. Показать все силы, действующие на тела. Указать направление ускорения.
2. Записать второй закон Ньютона для **каждого** тела в **отдельности**.
3. Если нить **нерастяжима** (а так в большинстве задач и будет), то ускорения всех тел, связанных нитью, будут одинаковы по модулю (однако могут быть направлены в разные стороны).
4. Если нить **невесома**, блок не имеет массы, трение в оси блока отсутствует, то сила натяжения одинакова в любой точке нити.

Рассмотрим движение двух тел, находящихся на гладкой (то есть трение отсутствует) горизонтальной поверхности и связанных **нерастяжимой** нитью. Пусть к первому телу приложена сила F .



Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел

$$\text{Для первого тела } F - T = m_1 a$$

$$\text{Для второго тела } T = m_2 a$$

По третьему закону Ньютона силы натяжения нити T , действующие на каждое из тел, равны по модулю и противоположны по направлению.

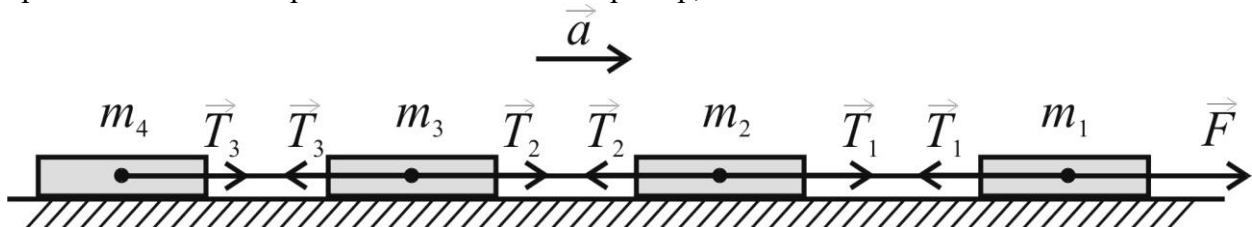


Обращаю ваше внимание на то, что для одного тела сила натяжения всегда будет тормозящей силой (в нашем случае для первого тела), а для второго разгоняющей. То есть одному телу нить мешает двигаться вперед, а другому помогает.

При решении задач всегда обращайтесь внимание на то, к какому из тел приложена сила, вызывающая движение. Если сила приложена к более легкому телу, то возникающая в нити сила упругости будет больше чем в случае, если сила, вызывающая движение, будет приложена к более тяжелому телу. Например, к грузовику на тросе прицепили легковой автомобиль. Очевидно, что для такого движения подойдет самый обычный трос для буксировки. А вот если к легковому автомобилю прицепить для буксировки грузовой, то обычный трос может не выдержать и порвется.

Ускорения, с которыми двигаются тела, тоже будут одинаковыми, так как в условии задачи сказано, что нить **нерастяжима**. Если в задачах данного типа не сказано про трение, то рассматривать силы, действующие по вертикали, нет смысла: они никак не влияют на движение тел. Важно понимать, что тела могут быть не просто брусками, а, например, автомобилем и прицепом или мальчиком и санками. При этом принцип решения задач всегда будет одним и тем же и всегда будет ведущее тело (к которому приложена сила) и ведомое (которое движется вперед только благодаря силе натяжения T).

Рассмотрим движение четырех связанных тел. Например, это может быть движение поезда.



Записывая второй закон Ньютона для каждого из четырех тел, получим систему уравнений:

$$F - T_1 = m_1 a, \quad T_1 - T_2 = m_2 a, \quad T_2 - T_3 = m_3 a, \quad T_3 = m_4 a$$

Ускорения, с которыми двигаются тела (вагоны), как и в случае двух тел будут одинаковые (при условии не растяжимости нити (сцепки)). Складывая все четыре уравнения, получаем:

$$F - T_1 + T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 = m_1 a + m_2 a + m_3 a + m_4 a \Rightarrow F = a(m_1 + m_2 + m_3 + m_4).$$

Найдя ускорение из этого уравнения, потом легко будет найти натяжение каждой нити (сцепки).

ПРИМЕР. Три бруска, массы которых равны 2; 2 и 1 кг, связаны невесомыми нитями и лежат на горизонтальной поверхности. К первому бруску приложена горизонтально направленная сила 10 Н. Определите силы натяжения нитей и ускорение движения брусков. Трением между брусками и поверхностью, на которой они лежат, пренебречь.

Сделаем небольшой пояснительный рисунок и запишем второй закон Ньютона для каждого из брусков

$$F - T_1 = m_1 a, \quad T_1 - T_2 = m_2 a, \quad T_2 = m_3 a$$

Складывая все три уравнения получаем

$$F - T_1 + T_1 - T_2 + T_2 = m_1 a + m_2 a + m_3 a \Rightarrow F = a(m_1 + m_2 + m_3) \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Зная ускорение, с которым двигаются бруски, найдем силу натяжения веревки T_2 , связывающей 2 и 3 бруски

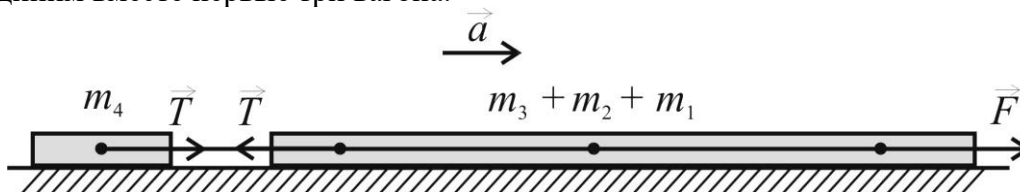
$$T_2 = m_3 a = 1 \cdot 2 = 2 \text{ (Н)}$$

Осталось найти силу натяжения веревки T_1 , связывающей 1 и 2 бруски

$$T_1 - T_2 = m_2 a \Rightarrow T_1 = T_2 + m_2 a = 2 + 2 \cdot 2 = 6 \text{ (Н)}$$

Обратите внимание, что сила натяжения первой нити T_1 больше, чем сила натяжения второй нити T_2 . Так будет всегда, так как первая нить «отвечает» за 2 тела (бруски m_2 и m_3), а вторая всего лишь за одно (брусок m_3). То есть чем ближе нить к «локомотиву», тем большее натяжение она испытывает.

Если в условии задачи просят найти натяжение между определенными вагонами/телами/брусками, то можно воспользоваться следующим методом. Например, просят найти натяжение сцепки между 3 и 4 вагонами. Соединим вместе первые три вагона.



Получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} F - T = (m_1 + m_2 + m_3) a \\ T = m_4 a \end{cases}$$

Применим этот метод к предыдущему примеру и попытаемся найти силу натяжения T_2 между вторым и третьим брусками. Запишем второй закон Ньютона для первых двух брусков и третьего бруска и разделим первое уравнение на второе (чтобы исключить ускорение, с которым двигаются тела). Получим

$$\begin{cases} F - T_2 = (m_1 + m_2) a \\ T_2 = m_3 a \end{cases} \Rightarrow \frac{F - T_2}{T_2} = \frac{(m_1 + m_2) a}{m_3 a} \Rightarrow \frac{F - T_2}{T_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_3}$$

Не будем мучить себя выражением T_2 , а просто подставим данные задачи

$$\frac{F - T_2}{T_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_3} \Rightarrow \frac{10 - T_2}{T_2} = \frac{2 + 2}{1} \Rightarrow 10 - T_2 = 4T_2 \Rightarrow 5T_2 = 10 \Rightarrow T_2 = 2 \text{ (Н)}$$

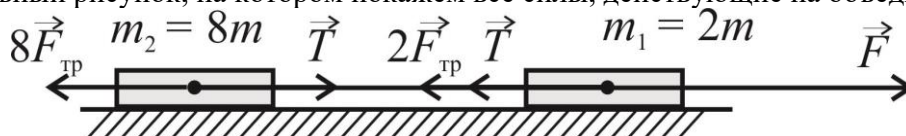
Как видим, мы получили точно такой же ответ.

ПРИМЕР. Локомотив тянет состав из десяти одинаковых вагонов с постоянной скоростью. Если сила сопротивления движению, действующая на один вагон, равна 40 кН, то сила взаимодействия второго и третьего вагонов составляет...

На первый взгляд может показаться, что не хватает данных. Например, нет силы, которая приводит состав в движение. Однако не будем паниковать и внимательно прочитаем условие. Самое главное, что движение **равномерное**, а это очень много меняет. Скорей всего нам хватит данных. Поэтому переходим к решению.

Нет смысла рисовать 10 вагонов. Так как нам надо найти силу взаимодействия второго и третьего вагонов (то есть силу натяжения сцепки T между 2 и 3 вагонами), то объединим первые 2 вагона и следующие 8. Так же учтем, что если на один вагон действует сила трения $F_{тр} = 40$ кН, то на 2 вагона будет действовать сила трения вдвое большая или 80 кН. А на восемь вагонов? Очевидно, что в восемь раз большая или 320 кН.

Сделаем пояснительный рисунок, на котором покажем все силы, действующие на объединенные вагоны



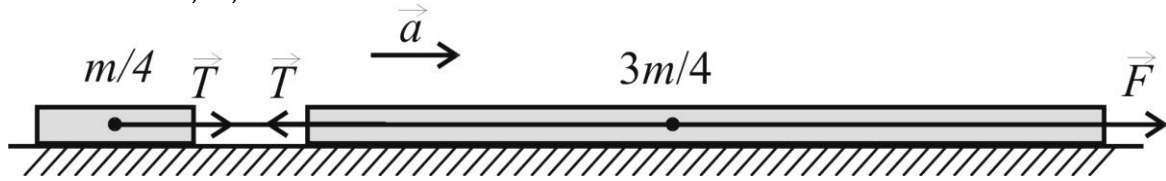
Запишем второй закон Ньютона только для второго вагона. Первый нам не интересен, так как мы не знаем под действием какой силы состав движется вперед. Получим

$$T - 8F_{тр} = 0 \Rightarrow T = 8F_{тр} = 320 \text{ (кН)}$$

Все, задача решена. Кстати, теперь мы можем найти и силу F , под действием которой состав движется.

Если в задаче говорят про цепочку и просят найти силу упругости в какой-то ее точке, то мы имеем право представить цепочку в виде двух тел, с массами пропорциональными их длинам.

ПРИМЕР. На цепочку длиной L действует сила F . Найдите силу упругости в точке, находящейся на расстоянии $1/4$ от конца цепочки.



Представим цепочку в виде двух тел массами $0,25m$ и $0,75m$. Далее решаем задачу как в самом первом примере.

ПРИМЕР. По гладкой горизонтальной поверхности движутся два тела, связанные легкой нитью, под действием силы 10 Н , приложенной к первому телу и направленной под углом 60° к горизонту. Чему равна сила натяжения нити, если масса первого тела в $1,5$ раза больше массы второго?

В данной задаче силы трения отсутствуют, силы реакции опоры N определять не нужно, поэтому на рисунке изображены только те силы, которые имеют проекцию на горизонтальную ось. Запишем в проекции на эту ось 2-ой закон Ньютона для всей системы и для второго тела

$$F \cos \alpha = (m_1 + m_2)a \quad \text{— для всей системы}$$

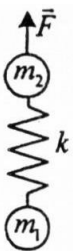
$$T = m_2 a \quad \text{— для второго тела}$$

Исключив ускорение (разделив второе уравнение на первое), получим

$$\frac{T}{F \cos \alpha} = \frac{m_2 a}{(m_1 + m_2)a} \Rightarrow \frac{T}{F \cos \alpha} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow T = F \cos \alpha \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 2\text{ Н}.$$



Иногда движение связанных тел будет происходить в вертикальной плоскости.



ПРИМЕР. Тело массой $m_1 = 1\text{ кг}$ расположено на одной вертикали с телом массой $m_2 = 2\text{ кг}$ и скреплено с ним невесомой пружиной жесткостью 200 Н/м . К телу массой m_2 приложена направленная вертикально вверх постоянная сила $F = 120\text{ Н}$. Найдите удлинение пружины (в см) при движении данной системы.

Хоть нам и дан рисунок к этой задаче (рисунок слева), мы все же сделаем свой (рисунок справа), на котором покажем силы, действующие на оба тела. Запишем второй закон Ньютона для первого тела ($T = F_{\text{упр}} = k\Delta l$):

$$F - T - m_2 g = m_2 a \Rightarrow F - k\Delta l - m_2 g = m_2 a$$

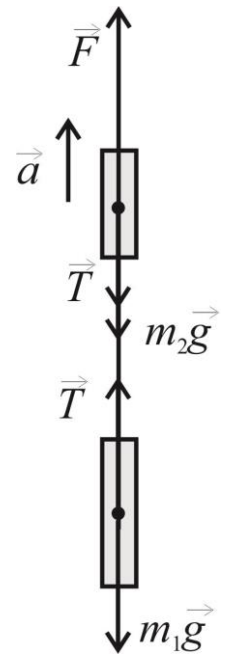
Для второго:

$$T - m_1 g = m_1 a \Rightarrow k\Delta l - m_1 g = m_1 a$$

С точки зрения физики задача решена. Нам осталось математически решить систему и найти удлинение пружины. Для этого разделим первое уравнение на второе. Получим

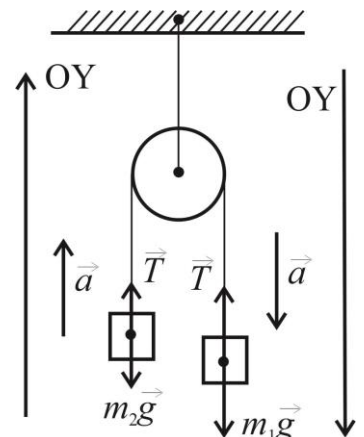
$$\frac{F - k\Delta l - m_2 g}{k\Delta l - m_1 g} = \frac{m_2 a}{m_1 a} \Rightarrow \frac{F - k\Delta l - m_2 g}{k\Delta l - m_1 g} = \frac{m_2}{m_1}$$

В принципе можно подставлять данные задачи, перемножать крест-накрест и решать простое линейное уравнение. Сделайте расчеты самостоятельно. **Ответ:** 20.



Есть еще один распространенный тип задач на связанные тела. Два тела с равными массами m_1 и m_2 связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок (это означает, что блок может вращаться, но не может двигаться вверх или вниз). Очевидно, что тело большей массы будет двигаться вниз, а меньшей массы вверх (см. рисунок, в нашем случае $m_1 > m_2$). При этом ускорения, с которым движутся грузы, как и силы натяжения нити, будут одинаковы. Записываем второй закон Ньютона для каждого из тел

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases}$$



Обращаю Ваше внимание на два момента:

1. Для каждого из тел мы выбирали свою ось (так гораздо проще). Для первого мы направили ее вертикально вниз, для второго вверх. Оси выбираем по направлению ускорения, с которым движется каждое из тел.

2. Сила натяжения нити для первого тела – тормозящая сила, а для второго – ускоряющая (аналогично самому первому примеру).

Решая систему из двух уравнений, мы легко найдем ускорение, с которым движутся тела, и силу натяжения нити. И конечно же не стесняйтесь применять кинематические формулы. Обычно в начальный момент времени тела покоятся. Следовательно, путь S , пройденный любым из тел из состояния покоя за

время t , само время t и ускорение a , с которым движутся тела, связаны соотношением: $a = \frac{2S}{t^2}$.

ПРИМЕР. На нити, перекинутой через блок, подвешены два груза массами по 244,5 г каждый. Какой перегрузок надо повесить на один из грузов, чтобы система пришла в движение, при котором за 10 с грузами будет пройден путь 1 м?

На рисунке показываем блок, грузы, нить и приложенные к грузам силы. Второй закон Ньютона для тела с перегрузком будет иметь следующий вид

$$(m + \Delta m)g - T = (m + \Delta m)a$$

Для тела, без перегрузка

$$T - mg = ma$$

Складываем полученные уравнения, чтобы исключить силу натяжения T

$$(m + \Delta m)g - T + T - mg = (m + \Delta m)a + ma \Rightarrow \cancel{mg} + \Delta mg - \cancel{mg} = ma + \Delta ma + ma \Rightarrow$$

$$\Delta m(g - a) = 2ma \Rightarrow \Delta m = \frac{2ma}{g - a}$$

Так как «за 10 с грузами будет пройден путь 1 м», то $a = \frac{2S}{t^2} = \frac{2 \cdot 1}{10^2} = 0,02 \text{ (м/с}^2\text{)}$. Окончательно получим

$$\Delta m = \frac{2ma}{g - a} = m \cdot \frac{2a}{g - a} = 244,5 \text{ грамма} \cdot \frac{2 \cdot 0,02 \text{ м/с}^2}{10 \text{ м/с}^2 - 0,02 \text{ м/с}^2} = 244,5 \text{ грамма} \cdot \frac{2 \cdot 0,02 \text{ м/с}^2}{10 \text{ м/с}^2 - 0,02 \text{ м/с}^2} \approx 1 \text{ (грамм)}$$

Обращаю ваше внимание на то, что в итоговую формулу я подставлял массу в граммах, так как размерность ускорения в числителе и знаменателе сократилась (я специально показал это перед подстановкой и в расчетах). Однако если вы при решении задачи сомневаетесь в том, можно ли подставлять массу не в единицах системы СИ, то лучше переведите в килограммы и только потом подставляйте.

ПРИМЕР. Через блок с неподвижной осью перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы по 400 г каждый. На один из грузов положили перегрузок массой 200 г. Найдите силу давления (в мН) перегрузка на груз в процессе движения. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Это сложный пример, так как мы будем записывать второй закон Ньютона не только для двух связанных тел, но и для перегрузка (маленького грузика), расположенного на одном из тел. Запишем уравнение движения для груза массой M , ускорение которого направлено вверх, и для груза с перегрузком общей массой $M+m$, ускорение которых направлено вниз, в проекции на вертикальную ось

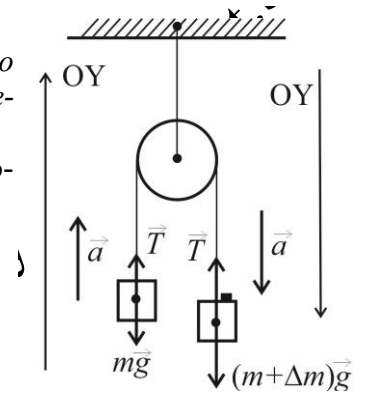
$$T - Mg = Ma$$

$$(M + m)g - T = (M + m)a$$

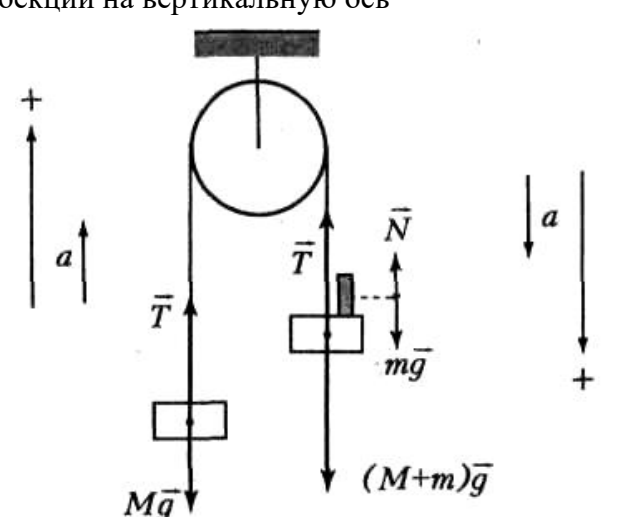
(положительное направление оси для каждого тела выбрано совпадающим с направлением его ускорения). Равенство по величине ускорений правого и левого тела является следствием нерастяжимости нити, а равенство сил натяжения на разных концах нити – следствием невесомости нити и идеальности блока (для раскручивания невесомого блока без трения не нужен вращательный момент). Складывая уравнения, находим ускорение грузов

$$a = \frac{m}{2M + m} g.$$

Чтобы найти силу давления перегрузка на груз, запишем



Δ.rep



уравнение движения перегрузка (сила реакции со стороны груза равна силе давления по 3-му закону Ньютона)

$$mg - N = ma.$$

Получаем

$$N = m(g - a) = \frac{2Mm}{2M + m}g = 1,6 \text{ Н} = 1600 \text{ мН}.$$



Иногда в задаче требуют найти силу натяжения троса, на котором висит блок. Она будет равна удвоенной силе натяжения нити, на которой висят грузы, а не $(m_1 + m_2)g$.

ПРИМЕР. Два груза массами 200 и 300 г соединены нитью, перекинутой через неподвижный блок, который подвешен к пружинным весам. Определите ускорение грузов, натяжение нити и показания весов. Через сколько миллисекунд расстояние между грузами будет равно 32 сантиметра?

Начало решения такое же, как и у предыдущих задач: рисунок, силы, второй закон Ньютона для каждого из тел

$$\begin{cases} m_1g - T = m_1a \\ T - m_2g = m_2a \end{cases}$$

Складываем уравнения, чтобы исключить T и найти ускорение a

$$m_1g - T + T - m_2g = m_1a + m_2a \Rightarrow g(m_1 - m_2) = a(m_1 + m_2) \Rightarrow a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

Тут мы опять можем подставить массы грузов в граммах

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 10 \text{ м/с}^2 \frac{(300 - 200) \text{ грамм}}{(300 + 200) \text{ грамм}} = 10 \text{ м/с}^2 \frac{100 \text{ грамм}}{500 \text{ грамм}} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Найдем силу натяжения нити, подставив ускорение a во второй закон Ньютона для первого тела. Хотя можно и во второй закон Ньютона для второго тела. Разницы нет. Только сейчас массу уже надо подставить в килограммах, так как грамма не с чем сократить

$$m_1g - T = m_1a \Rightarrow T = m_1g - m_1a = m_1(g - a) = 0,3(10 - 2) = 2,4 \text{ (Н)}$$

Показания весов или сила T_0 будет равна удвоенной силе натяжения нити, на которой висит блок

$$T_0 = 2T = 4,8 \text{ (Н)}.$$

Осталось ответить на последний вопрос. Нам не важно какое расстояние стало между грузами, так как кинематические формулы, которые мы используем, всегда описывают движение одного тела. То есть нам важно знать какое расстояние преодолел каждый из грузов. Так как нитка нерастяжимая, то расстояния, пройденные грузами, одинаковы. Просто один двигается вверх, а второй вниз. Следовательно, так как расстояние между грузами стало равно 32 см, то каждый из них преодолел расстояние 16 см. С учетом того, что начальная скорость v_0 грузов равна нулю, то

$$S = v_0t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,16}{2}} = 0,4 \text{ (с)} = 400 \text{ (мс)}$$

Тест 2.05.01.

1. Два груза массами 4 кг и 5 кг, связанные нитью, двигаются по гладкому столу под действием горизонтальной силы 27 Н, приложенной к одному из тел. Найдите ускорение грузов.

1. 1 2. 3 3. 2 4. 4

2. Два бруска массами 0,4 кг и 0,6 кг, связанные нитью, двигаются по гладкой горизонтальной поверхности под действием горизонтальной силы 5 Н, приложенной ко второму бруску. Найдите силу натяжения нити.

1. 2 2. 4 3. 3 4. 8

3. Два тела, массы которых 0,3 кг и 0,2 кг, связа-

ны нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. С какой максимальной силой, направленной горизонтально, можно тянуть первое тело, чтобы нить, способная выдержать нагрузку 6 Н, не оборвалась?

1. 10 2. 15 3. 12 4. 20

4. Стержень длиной L движется по гладкой горизонтальной поверхности. Какая упругая сила возникнет в сечении стержня на расстоянии $(2/3)L$ от конца, к которому приложена сила F , направленная вдоль оси стержня?

1. F 2. $F/5$ 3. $F/4$ 4. $F/3$

5. На концах нити, перекинутой через неподвижный блок, прикреплены грузы массами 300 г и 200 г. С каким ускорением двигаются грузы?

1. 1 2. 3 3. 2 4. 4

6. Через блок с неподвижной осью перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами 2 кг и 8 кг. Найдите силу натяжения нити.

1. 32 2. 16 3. 64 4. 28

7. На концах нити, перекинутой через блок с неподвижной осью, подвешены тела массами по 0,49 кг каждое. Какова масса (в г) дополнительного груза, который надо положить на одно из тел, чтобы каждое из них прошло за 4 с путь 1,6 м?

1. 10 2. 20 3. 40 4. 60

8. Две гири массами 7 кг и 11 кг висят на концах нити, перекинутой через блок с неподвижной осью. Гири вначале находятся на одной высоте. Через сколько миллисекунд после начала движения легкая гиря окажется на 20 см выше тяжелой?

1. 150 2. 300 3. 200 4. 600

9. Блок подвешен к потолку с помощью троса. На концах нити, перекинутой через блок, подвесили грузы массами 2 кг и 3 кг. Найдите натяжение троса.

1. 24 2. 60 3. 50 4. 48

10. Автомобиль массой 1,2 т с прицепом массой 3,6 т развивает силу тяги 7,2 кН. Пренебрегая силой трения, определите силу, приложенную к прицепу.

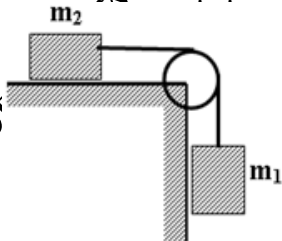
1. 7,2 кН 2. 3,6 кН 3. 5,4 кН 4. 2,4 кН

11. Определить величину силы F , действующей на тело массой $3m$, если на тело массой m , связанное с ним нитью действует сила натяжения $F_1 = 30$ Н.



1. 30 2. 60 3. 90 4. 120 5. 150

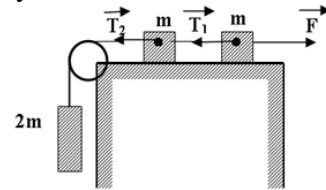
12. Система, изображенная на рисунке, движется без трения. Как будут двигаться указанные тела после того, как нить будет перерезана?



1. Тело массой M_1 будет свободно падать, а тело массой M_2 двигаться ускоренно. 2. Тело массой M_1 будет свободно падать, а тело массой M_2 будет двигаться равноускоренно. 3. Тело массой M_2 будет свободно падать, а тело массой M_1 будет двигаться равноускоренно. 4. Тело массой M_1 будет свободно падать, а тело массой M_2 будет двигаться равномерно.

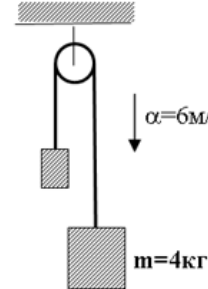
13. Система, изображенная на рисунке, движется вправо под действием внешней силы F с некоторым ускорением. В каком из нижеприведенных

соотношений находятся между собой силы, указанные на рисунке?



1. $T_1 = T_2 = F$ 2. $F > T_1 = T_2$
3. $T_2 < T_2 = F$ 4. $T_2 > F > T_1$ 5. $F > T_1 > T_2$

14. Используя информацию, приведенную на рисунке, определить силу натяжения нити, к которой весит невесомый блок?



1. 16 2. 8 3. 32 4. 48 5. 64

15. К грузу массой $m_1 = 7,00$ кг подвешен на веревке груз массой $m_2 = 5,00$ кг. Масса веревки $m = 4,00$ кг. Систему поднимают вертикально, прикладывая силу $F = 240$ Н к большему грузу. Сила натяжения середины веревки составит...

1. 105 2. 95 3. 160 4. 120 5. 60

16. Два тела массой 100 грамм каждое подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Если на одно из тел положить груз массой 50 грамм, то, после того как вся система придет в движение, груз будет давить на тело с силой, равной...

1. 0,11 2. 0,19 3. 0,25 4. 0,35 5. 0,39

17. Три груза массами 1; 2 и 0,5 кг связаны нитями. К концу нити, прикрепленной к грузу массой 0,5 кг, приложена сила 40 Н, направленная вертикально вверх. Определите силы натяжения нитей, если система движется равноускоренно вертикально вверх.

1. 15; 24,3 2. 8; 15,7 3. 11,4; 24,3 4. 11,4; 34,3

18. На длинной нити, перекинутой через блок, подвешены на одном уровне одинаковые грузы. От одного из грузов отделяется часть, масса которой равна 1/5 массы груза, и через 1 с падает на землю. Через какое время после этого достигнет земли другой груз?

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4 5. 5

19. На горизонтальной плоскости расположены три связанных друг с другом нитями бруска массами 3; 2 и 1 кг. На нити, прикрепленной к бруску массой 3 кг и перекинутой через неподвижный блок, подвешен груз массой 0,5 кг. Определите ускорение этой системы и силы натяжения всех нитей.

(ответ: 0,75 м/с², 4,5 Н, 2,3 Н, 0,75 Н)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	2	4	3	1	2	2	4	3
11	12	13	14	15	16	17	18		
4	4	5	3	1	5	4	2		

Тест 2.05.02.

1. На три сцепленных одинаковых вагона, массой 6 т каждый, действует постоянная горизонтальная сила 600 Н, приложенная к первому вагону. Определите силу натяжения сцепки между первым и вторым, вторым и третьим вагонами. Силы сопротивления не учитывать.

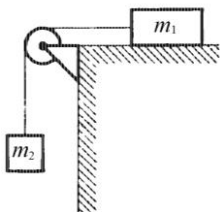
2. К концам нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены два одинаковых груза по 4 кг каждый. На один груз положили перегрузок. Сила давления перегрузка на груз в процессе движения 16 Н. Определите массу перегрузка.

3. На нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены грузы массами 0,3 и 0,34 кг. За 2 с после начала движения каждый груз прошел путь 1,2 м. По данным опыта найти ускорение свободного падения (в м/с^2).

4. Вертолет, масса которого 27,2 т, поднимает на тросах вертикально вверх груз массой 15,3 т с ускорением $0,6\text{м/с}^2$. Найти силу тяги вертолета и силу, действующую со стороны груза на прицепной механизм вертолета.

5. Два груза массами 0,1 кг и 0,2 кг связаны нитью и лежат на гладкой поверхности. К первому грузу приложена сила 0,5 Н, а ко второму в противоположном направлении сила 3 Н. Чему равна сила натяжения нити (в Н)? Какой будет сила натяжения нити, если силы поменять местами?

6. На рисунке $m_1=5\text{кг}$ и $m_2=5\text{кг}$. Трение в блоке отсутствует.

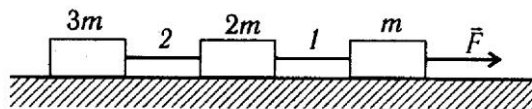


Какова сила натяжения нити, если трение между блоком и поверхностью отсутствует?

7. Три бруска, массы которых равны 2; 1 и 0,1 кг, связаны невесомыми нитями и лежат на горизонтальной поверхности. К первому бруску приложена горизонтально направленная сила 10 Н. Определите силы натяжения нитей и ускорение движения брусков. Трением между брусками и поверхностью, на которой они лежат, пренебречь.

8. Стержень длиной l движется по гладкой поверхности. Какая упругая сила возникает в сечении стержня на расстоянии $(1/3)l$ от конца, к которому приложена сила F , направленная вдоль стержня?

9. При каком минимальном значении силы F и какая из нерастяжимых нитей, связывающих грузы, разорвется, если предельная нагрузка, которую выдерживает нить, составляет 200 Н? Массы грузов m , $2m$ и $3m$, трением пренебречь.



10. Три тела массами 2, 3 и 10 кг последовательно связаны нитями по вертикали. Какую силу надо приложить к первому телу, чтобы равномерно поднимать все тела вверх? Какой будет сила натяжения всех нитей?

11. Четыре одинаковых кубика, связанные нерастяжимыми нитями, движутся по гладкому столу под действием горизонтальной силы F , приложенной к первому кубику. Чему равна сила натяжения нити, между третьим и четвертым кубиком?

1	2	3	4	5	6
400; 200	2	9,6	$4,5 \cdot 10^5$, $1,6 \cdot 10^5$	1,3; 2,2	24,5
3,54 Н, 0,32 Н, $3,2 \text{ м/с}^2$	$(2/3)F$	240; 1-я	150; 130; 100	$F/4$	
7	8	9	10	11	

2.06. Сила трения. Коэффициент трения

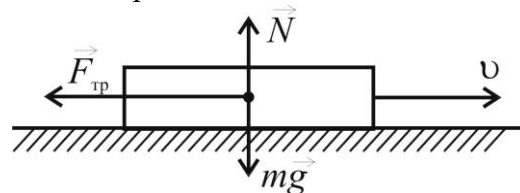
Трение – один из видов взаимодействия тел. Трение возникает в области соприкосновения двух тел при движении друг по другу. Силы трения, как и упругие силы, имеют электромагнитную природу. Они возникают вследствие взаимодействия между атомами и молекулами соприкасающихся тел.

Опыт показывает, что сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления тела на опору, а, следовательно, и силе реакции опоры N :

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Коэффициент пропорциональности μ называют **коэффициентом трения скольжения** (иногда говорят коэффициент сопротивления движению). Коэффициент трения μ – величина безразмерная. Обычно коэффициент трения меньше единицы. Он зависит

от материалов соприкасающихся тел и от качества обработки их поверхностей. Бесмысленно говорить о коэффициенте трения в отношении одного тела или вещества. Коэффициент трения характеризует взаимодействие двух определенных тел.



При решении задач на движение тела в горизонтальной плоскости с трением помните о следующих закономерностях:

1. Если сила тяги **равна** силе трения, то движение тела будет **равномерным**.
2. Если сила тяги **больше** силы трения, то движение будет **равноускоренным**.
3. Если сила тяги **равна нулю** (например, торможение автомобиля) или сила тяги **меньше силы трения**, то движение тела будет **равнозамедленным**.

ПРИМЕР. По горизонтальной поверхности равномерно движется брусок массой 5 кг под действием силы, параллельной плоскости. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен 0,2. Найдите силу вызывающую движение бруска.

Так как движение бруска равномерное, то сила, вызывающая движение бруска, будет равна силе трения. Значит ищем силу трения. В вертикальной плоскости на брусок действуют только сила тяжести и сила реакции опоры. Значит, сила реакции опоры численно равна силе давления тела на плоскость (3-й закон Ньютона), то есть равна силе тяжести тела. Поэтому $N = mg$. Следовательно,

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg = 0,2 \cdot 5 \cdot 10 = 10 \text{ (Н)}.$$

ПРИМЕР. Автомобиль массой 1200 кг движется по горизонтальной дороге. На участке пути длиной 100 м его скорость изменилась с 36 км/ч до 72 км/ч. Определите силу тяги автомобиля, если $\mu = 0,045$.

На автомобиль действуют сила тяжести mg , сила нормальной реакции опоры N , сила сопротивления движению F_c (сила трения) и сила тяги F . Запишем второй закон Ньютона

$$\text{На ось OX: } F - F_c = ma$$

$$\text{На ось OY: } N - mg = 0,$$

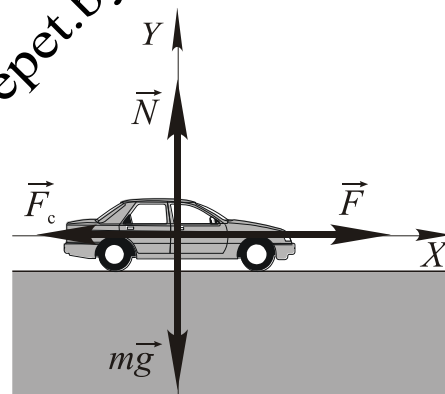
Из первого уравнения находим $F = ma + F_c$. Причем сила сопротивления (трения) будет равна $F_c = \mu N = \mu mg$. Получаем

$$F = ma + \mu mg = m(a + \mu g).$$

Ускорение a можно выразить через начальную и конечную скорости автомобиля и пройденный автомобилем путь $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S}$. Тогда оконча-

тельно получим (только не забываем перевести скорость из км/ч в м/с)

$$F = m \left(\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2S} \right) + \mu g \right) = 1200 \cdot \left(\left(\frac{20^2 - 10^2}{2 \cdot 100} \right) + 0,045 \cdot 10 \right) \text{ Н} = 2,3 \text{ кН}.$$



ПРИМЕР. Автоинспектор установил, что след торможения автомобиля на асфальтовой дороге равен 40 м. С какой скоростью ехал автомобиль, если коэффициент трения колес об асфальт 0,5?

Так как автомобиль тормозил, то сила тяги будет равна нулю. Следовательно, в горизонтальном направлении на тело будет действовать только сила трения и она будет заставлять автомобиль тормозить. Следовательно, второй закон Ньютона в проекции на ось OX пример вид:

$$F_{\text{тр}} = ma.$$

Так как сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N$, а $N = mg$ (так как дорога горизонтальна), то $\mu mg = ma$. Откуда получаем, что $\mu g = a$. Теперь находим ускорение тела через тормозной путь и скорость при помощи формул из кинематики:

$$a = \frac{v_0^2}{2S}, \text{ где } v_0 \text{ – начальная скорость тела, а } S \text{ – тормозной путь. Итого получаем } \mu g = \frac{v_0^2}{2S}.$$

Откуда находим начальную скорость автомобиля

$$v_0 = \sqrt{2\mu Sg} = \sqrt{2 \cdot 0,5 \cdot 40 \cdot 10} = 20 \text{ м/с}.$$

Кстати ускорение, с которым автомобиль тормозит, равно максимальному ускорению, с которым автомобиль может стартовать с места. Почему? Если ускорение старта будет больше, то сцепления с дорогой (или трения) будет недостаточно и колеса начнут пробуксовывать.

ПРИМЕР. Груз массой 45 кг с помощью динамометра тянут равномерно по горизонтальной поверхности. Определите деформацию пружины динамометра, если ее жесткость равна 7,8 кН/м, сила упругости направлена под углом 30° к горизонту. $\mu = 0,25$.

Это сложный пример, так как сила, которая заставляет тело двигаться, направлена не горизонтально, а

под некоторым углом. Сразу же записываем второй закон Ньютона. На груз действуют сила тяжести mg , сила упругости пружины F , сила нормальной реакции опоры N и сила трения $F_{\text{тр}}$ (см. рисунок). По второму закону Ньютона

$$\text{На ось OX: } F \cos \alpha - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\text{На ось OY: } N + F \sin \alpha - mg = 0.$$

В первом уравнении разность сил равна 0, так как тело движется равномерно. При ускоренном движении разность сил будет естественно равна ma .

Обратите внимание, что сила тяги F действует в двух направлениях и поэтому присутствует в обоих уравнениях второго закона Ньютона. В горизонтальном направлении составляющая $F \cos \alpha$ заставляет тело двигаться вперед. В вертикальном направлении составляющая $F \sin \alpha$ немного приподнимает тело и тем самым уменьшает силу реакции опоры N . Поэтому при решении задач на силу трения важно всегда записывать силу трения как $F_{\text{тр}} = \mu N$, иначе вы рискуете совершить типичную ошибку!!!

В задачах где сила, которая приводит тело в движение, направлена под углом к горизонту, сила реакции опоры не будет равна силе тяжести ($N \neq mg$) и, как следствие, $F_{\text{тр}} \neq \mu mg$. Мы должны выразить силу реакции опоры N из второго уравнения. Получим $N = mg - F \sin \alpha$. То есть сила реакции опоры будет меньше mg . Из формулы видно, что это случится потому, что существует вертикальная составляющая силы тяги, которая немного приподнимает тело. Подставляя силу реакции опоры в формулу для трения и решая полученную систему уравнений, находим силу F

$$F \cos \alpha - \mu N = 0 \Rightarrow F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = 0 \Rightarrow F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu mg \Rightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

Деформация пружины x связана с ее жесткостью k и модулем силы упругости F соотношением $F = kx$ (закон Гука), откуда $x = F/k$. Окончательно получим

$$x = \frac{F}{k} = \frac{\mu mg}{k (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)} = \frac{7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 26 \cdot 45 \cdot 10}{7,8 \cdot 10^3 (0,87 + 0,26 \cdot 0,5)} \text{ м} = 15 \text{ мм}$$

Всест 2.06.01.

1. Автоинспектор установил, что след торможения автомобиля на асфальтовой дороге равен 40 м. С какой скоростью (в км/ч) ехал автомобиль, если коэффициент трения колес об асфальт 0,5?

1. 72 2. 36 3. 20 4. 54

2. Тело массой 10 кг находится на горизонтальной плоскости. На тело действует сила 50 Н, направленная под углом 30° к горизонту. Определите силу трения, если коэффициент трения 0,2.

1. 10 2. 15 3. 20 4. 25

3. Какая горизонтальная сила приложена к телу массой 8 кг, если под действием этой силы оно равномерно движется по столу при $\mu = 0,3$?

1. 12 2. 24 3. 18 4. 42

4. Брусок массой 3 кг с помощью горизонтальной пружины тянут равномерно по доске, расположенной горизонтально. Какова жесткость пружины, если она удлинилась при этом на 5 см? Коэффициент трения между бруском и доской 0,25.

1. 100 2. 125 3. 150 4. 175

5. Тело массой 2 кг движется по горизонтальной поверхности с ускорением 2 м/с^2 под действием горизонтально направленной силы. Найдите величину этой силы, если коэффициент трения между телом и поверхностью 0,2. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 8 2. 15 3. 12 4. 18

6. Какой наибольшей массы сани с грузом может равномерно перемещать по горизонтальной дороге упряжка собак, развивающая максимальную силу тяги 500 Н? Коэффициент трения 0,1.

1. 250 2. 500 3. 550 4. 750

7. Какое из нижеприведенных утверждений справедливо?

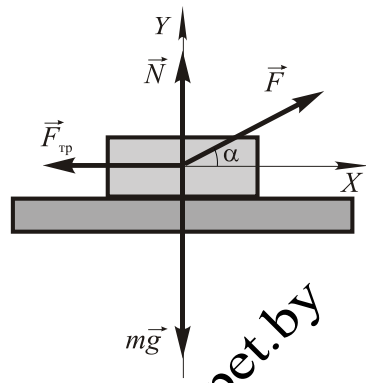
1. Коэффициент трения скольжения зависит от площади соприкасающихся тел. 2. Коэффициент трения скольжения зависит от величины силы нормального давления. 3. Коэффициент трения скольжения зависит от величины силы трения. 4. Коэффициент трения скольжения зависит от массы тела. 5. Нет верного утверждения.

8. Автомобиль, к концу первой секунды торможения имел скорость 90 км/ч, в конце третьей секунды его скорость 54 км/ч. Чему равен коэффициент трения?

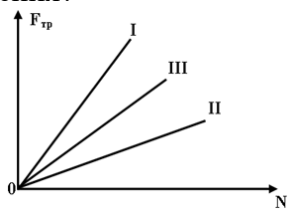
1. 0,75 2. 0,5 3. 0,25 4. 0,18 5. 0,6

9. На горизонтальной поверхности находится тело массой 2 кг и на него действует горизонтально направленная сила, величина которой 10 Н. Под действием этой силы, тело перемещается по закону: $S = 7,5t + 2,5t^2$ (м). Определить коэффициент трения между телом и этой поверхностью.

1. 0 2. 0,1 3. 0,4 4. 4 5. 0,01

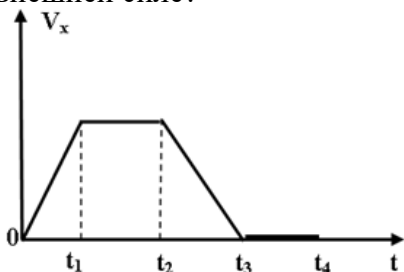


10. На рисунке приведена зависимость силы трения от величины реакции опоры для трех тел движущихся по трем различным горизонтальным поверхностям. В каком из нижеприведенных соотношений находятся между собой коэффициенты трения скольжения?



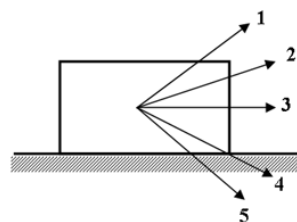
1. $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$ 2. $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$
 3. $\mu_1 > \mu_3 > \mu_2$ 4. $\mu_1 < \mu_3 < \mu_2$ 5. $\mu_1 = \mu_2 > \mu_3$

11. Проекция скорости тела под действием внешней силы изменяется с течением времени так, как показано на рисунке. В какой или какие из нижеуказанных промежутков времени, сила трения будет равна внешней силе?



1. $(t_1; t_2)$ 2. $(t_3; t_4)$ 3. $(0; t_1)$
 4. $(t_1; t_2)$ и $(t_3; t_4)$ 5. $(0; t_1)$ и $(t_2; t_3)$

12. Тело может двигаться по горизонтальной поверхности под действием одинаковых по модулю сил, направления которых показаны на рисунке. Под действием какой из нижеприведенных сил, сила трения, действующая на это тело, будет максимальной?



1. F_1 2. F_2 3. F_3 4. F_4 5. F_5

13. К покоящемуся телу массой 30 кг прикреплена пружина жесткостью 3 кН/м. Пружину начинают растягивать с постоянной скоростью 5 см/с. Через какой промежуток времени тело сдвинется с места? Коэффициент трения 0,1.

1. 0,002 с 2. 0,2 с 3. 0,2 с 4. 20 с 5. 40 с

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	2	3	1	2	5	2	1	3
11	12								
4	5	3							

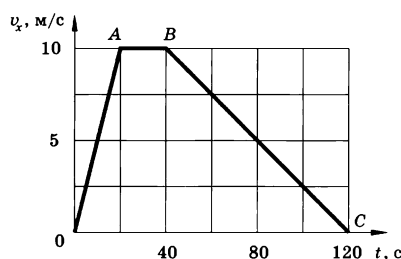
Тест 2.06.01.

- С каким максимальным ускорением (в м/с^2) может двигаться достаточно мощный автомобиль, если коэффициент трения скольжения равен 0,3?
- Брусок массой 2 кг тянут по деревянной доске, расположенной горизонтально, с помощью пружины жесткостью 100 Н/м. Коэффициент трения равен 0,3. Найти удлинение пружины.
- Коэффициент тяги (отношение силы тяги к силе тяжести) автомобиля 0,11. С каким ускорением движется автомобиль? $\mu=0,06$?
- Через какое время после начала аварийного торможения остановится автобус, движущийся со скоростью 12 м/с, если коэффициент трения при аварийном торможении равен 0,4?
- Автобус, масса которого с полной нагрузкой равна 15 т, трогается с места с ускорением $0,3 \text{ м/с}^2$. Найти силу тяги (в кН)? $\mu = 0,03$.
- Автомобиль «Жигули» массой 1 т, трогаясь с места, достигает скорости 30 м/с через 20 с. Найти силу тяги (в кН)? $\mu = 0,05$.
- Брусок массой 400 г, прикрепленный к динамометру, равномерно тянут по горизонтальной поверхности. Динамометр показывает при этом 1 Н. Когда брусок перемещали по той же поверхности с ускорением, динамометр показывал 2 Н. Каким было ускорение?

8. Тело массой 10 кг тянут по горизонтальной поверхности, прикладывая силу 50 Н, направленную под углом 30° к горизонту. Ускорение тела $3,5 \text{ м/с}^2$. Найдите коэффициент трения.

9. На обледеневшем участке шоссе коэффициент трения между колесами и дорогой в десять раз меньше, чем на не обледеневшем. Во сколько раз надо уменьшить скорость автомобиля, чтобы тормозной пути на этих участках были одинаковые.

10. На рисунке приведен упрощенный график изменения проекции скорости автобуса при движении между двумя остановками.



Масса автобуса 4т. Считая силу сопротивления постоянной и зная, что на участке, соответствующем отрезку BC графика, сила тяги равна нулю, найти силу тяги (в Н) на участках, соответствующих отрезкам OA и AB.

11. Какой массы состав может взять тепловоз, если уравнение его движения должно иметь вид $x=0,05t^2$ и он развивает силу тяги 300кН? $\mu=0,005$?

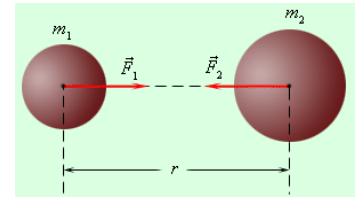
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	0,06	0,5	3	15	2	2,5	0,11	$\sqrt{10}$	2500, 500	$2 \cdot 10^6$

2.07. Закон всемирного тяготения

Многие механические явления и процессы определяются действием сил тяготения. Закон всемирного тяготения был открыт Ньютоном в 1682 году.

Все тела притягиваются друг к другу с силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Математически закон всемирного тяготения записывается так

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$



где m_1 и m_2 – массы тел. Такая запись закона всемирного тяготения справедлива для материальных точек (например, Земля-Солнце), однородных шаров, сфер, для которых r – расстояние между их центрами. То есть если у нас имеется шар и материальная точка, то r – расстояние между центром шара и материальной точкой. Это не значит, что закон не работает для тел произвольной формы. Закон работает для любых тел. Просто для тел произвольной формы формула будет гораздо сложнее. Коэффициент пропорциональности G одинаков для всех тел в природе. Его называют **гравитационной постоянной**. В системы СИ он равен $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Многие явления в природе объясняются действием сил всемирного тяготения. Движение планет в Солнечной системе, движение искусственных спутников Земли, траектории полета баллистических ракет, движение тел вблизи поверхности Земли – все эти явления находят объяснение на основе закона всемирного тяготения и законов динамики.

Задачи в данной теме можно разделить на два типа – расчетные и аналитические. С первым типом и так все понятно. Вам надо будет просто подставить числа в закон и посчитать искомую величину. Второй тип тоже не очень сложен.

ПРИМЕР. Во сколько раз изменится сила притяжения между телами при увеличении расстояния между ними в 3 раза?

Из закона всемирного тяготения следует, что при увеличении расстояния сила притяжения будет уменьшаться (R стоит в знаменателе). Причем не линейно уменьшаться, а квадратично, то есть при увеличении расстояния в 3 раза сила тяготения уменьшится в $3^2 = 9$ раз

$$F = G \frac{m_1 m_2}{(3r_0)^2} = \frac{1}{9} G \frac{m_1 m_2}{r_0^2} = \frac{1}{9} F_0$$

ПРИМЕР. Во сколько раз изменится сила притяжения к Земле, если тело с поверхности Земли перевести на высоту $H = 3R_{\text{Земли}}$?

На первый взгляд может показаться, что эта задача решается так же как предыдущая. Однако это не так. Начальное расстояние между телом и центром Земли равно $R_1 = R_{\text{Земли}}$. А вот с конечным расстоянием не все так просто. Так как «тело с поверхности Земли перевести на высоту $H = 3R_{\text{Земли}}$ », то расстояние между центром Земли и телом станет равным $R_2 = R_{\text{Земли}} + H = R_{\text{Земли}} + 3R_{\text{Земли}} = 4R_{\text{Земли}}$. Тогда сила притяжения к земле изменится в

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \frac{mM}{r_2^2}}{G \frac{mM}{r_1^2}} = G \frac{mM}{(r_2)^2} : G \frac{mM}{(r_1)^2} = \frac{GmM}{(r_2)^2} \cdot \frac{(r_1)^2}{GmM} = \frac{(r_1)^2}{(r_2)^2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \left(\frac{R_{\text{Земли}}}{4R_{\text{Земли}}} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

То есть сила взаимодействия уменьшилась в 16 раз.

ПРИМЕР. Как изменится сила гравитационного взаимодействия между двумя шарами, если массу одного из тел уменьшить на 60%, массу второго тела увеличить в 3 раза, а расстояние между ними увеличить на 40%?

Если вы забыли как связать между собой два величины, если одна из них увеличилась/уменьшилась на некоторое количество процентов, то обязательно повторите параграф 1.01. А задача достаточно простая

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \frac{m_2 M_2}{r_2^2}}{G \frac{m_1 M_1}{r_1^2}} = G \frac{m_2 M_2}{r_2^2} : G \frac{m_1 M_1}{r_1^2} = \frac{G m_2 M_2}{r_2^2} \cdot \frac{r_1^2}{G m_1 M_1} = \frac{0,4 m_1 \cdot 3 M_1}{(1,4 r_1)^2} \cdot \frac{r_1^2}{m_1 M_1} = \frac{0,4 \cdot 3}{1,4^2} = 0,61 \Rightarrow F_2 = 0,61 F_1$$

Конечная сила притяжения составляет 61% от начальной, то есть сила уменьшилась на 39%.

Не ленитесь делать пояснительные рисунки, чтобы понять чему равно расстояние r в задаче!!!

Тест 2.07.01.

1. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между однородным шаром и материальной точкой, соприкасающейся с шаром, если материальную точку удалить от поверхности шара на расстояние, равное двум диаметрам шара?

1. 2 2. 16 3. 8 4. 25

2. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между двумя одинаковыми однородными шарами, если вначале шары соприкасались друг с другом, а затем один из шаров отодвинули на расстояние, равное диаметру шаров?

1. 2 2. 8 3. 4 4. 16

3. Два шара радиусами 20 см и 30 см соприкасаются друг с другом. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между шарами, если один из шаров отодвинуть на расстояние 100 см?

1. 3 2. 9 3. 6 4. 10

4. Расстояние между планетой Нептун и Солнцем в 30 раз больше, чем расстояние между Землей и Солнцем, а масса Нептуна в 15 раз больше массы Земли. Во сколько раз сила притяжения Солнца к Земле больше, чем Солнца к Нептуну?

1. 60 2. 100 3. 90 4. 120

5. У поверхности Земли на тело действует сила гравитационного тяготения 64 Н. Чему равна сила

тяготения, действующая на тело на расстоянии $4R$ от центра Земли?

1. 18 Н 2. 9 Н 3. 12 Н 4. 4 Н.

6. С какой силой притягиваются два вагона $m=80$ тонн каждый, если расстояние между ними 1 км?

1. $4,3 \cdot 10^{-7}$ 2. $5,6 \cdot 10^{-7}$ 3. $3,7 \cdot 10^{-7}$ 4. $6,2 \cdot 10^{-7}$

7. Для каких из данных пар нижеприведенных тел, можно применить закон всемирного тяготения в виде: $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$? I. Между двумя телами произвольной формы II. Между Солнцем и Луной III. Между двумя шарами, внутри которых имеются полости IV. Между однородной сферой и материальной точкой V. Между Землей и спутником связи.

1. I; III и V 2. I и III 3. II и IV 4. II; IV и V 5. II и V

8. Во сколько раз изменится сила притяжения к Земле, если тело перевести на высоту $H = R_{\text{Земли}}$?

1. Увеличится в 2 раза. 2. Уменьшится в 2 раза. 3. Не изменится. 4. Уменьшится в 4 раза. 5. Увеличится в 4 раза.

1	2	3	4	5	6	7	8
4	3	2	1	4	1	4	4

Тест 2.07.02.

1. Космический корабль массой 8 т приблизился к орбитальной космической станции массой 20 т на расстояние 100 м. Найти силу их взаимного притяжения.

2. Во сколько раз уменьшится сила притяжения к Земле космического корабля при его удалении от поверхности Земли на расстояние, равное пяти радиусам Земли?

3. Два тела одинаковой массы, находящиеся на некотором расстоянии друг от друга, притягиваются с силой F_1 . Какой станет сила притяжения F_2 , если, не изменяя расстояния между телами, половину массы первого тела перенести на второе?

4. Как изменится сила притяжения между двумя телами, если масса обоих тел удвоится?

5. Как изменится сила притяжения между двумя телами, если расстояние между ними утроится?

6. Как изменится сила гравитационного взаимодействия между двумя шарами, если массу одного из тел уменьшить на 82%, массу второго тела увеличить в 2 раза, а расстояние между ними увеличить на 20%?

1	2	3
$1,1 \cdot 10^{-6}$	36	$(3/4)F_1$
4	5	6
увеличится в 4 раза	уменьшится в 9 раз	уменьшится в 4 раза


2.08. Сила тяжести. Ускорение свободного падения

Одним из проявлений силы всемирного тяготения является **сила тяжести**. Так принято называть силу притяжения тел к Земле или другой планете. Если M – масса планеты, R_3 – ее радиус, m – масса данного тела, то согласно закону всемирного тяготения

$$F = G \frac{Mm}{R_3^2}$$

С другой стороны, сила тяжести на поверхности планеты равна $F = mg_0$, где g_0 – ускорение свободного падения на **поверхности** планеты. Объединяя две последние формулы получим

$$mg_0 = G \frac{M}{R_3^2} m \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R_3^2}.$$

 Из формулы видно, что ускорение свободного падения **на поверхности планеты** зависит только от массы планеты и ее размеров, и никак не зависит от массы тела, находящегося на поверхности планеты. Эта формула будет применяться в тех задачах, где нам будет дана масса планеты (или будет идти речь о соотношении между массами планет) и радиус планеты (или опять же будет идти речь о соотношении между радиусами планет).

ПРИМЕР. *Масса некоторой планеты в 16 раз больше массы Земли, а ее радиус в 2 раза меньше радиуса Земли. Определить, во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности планеты больше, чем на поверхности Земли.*

Пусть масса Земли равна M , радиус Земли R , ускорение свободного падения на поверхности Земли равно g , ускорение свободного падения на поверхности планеты равно $g_{пл}$. Тогда согласно условиям задачи масса планеты будет равна $16M$, радиус планеты будет равен $0,5R$. Отношение ускорений свободного падения на поверхности планеты и поверхности Земли будет равно

$$\frac{g_{пл}}{g} = \frac{G \frac{16M}{(0,5R)^2}}{G \frac{M}{R^2}} = G \frac{16M}{(0,5R)^2} : G \frac{M}{R^2} = \frac{G16M}{0,25R^2} \cdot \frac{R^2}{GM} = \frac{16GM}{0,25R^2} \cdot \frac{R^2}{GM} = 64$$

Если же **удалиться** от поверхности планеты на некоторое расстояние h от ее **поверхности**, то ускорение свободного падения на этой высоте станет равно

$$g = G \frac{M}{(R_3 + h)^2}.$$

Сделаем небольшие преобразования. Из первой формулы для ускорения свободного падения на поверхности планеты выразим произведение гравитационной постоянной и массы планеты

$$g_0 = G \frac{M}{R_3^2} \Rightarrow GM = g_0 R_3^2$$

Из формулы для ускорения свободного падения на некоторой высоте h над поверхности планеты тоже выразим произведение гравитационной постоянной и массы планеты

$$g = G \frac{M}{(R_3 + h)^2} \Rightarrow GM = g (R_3 + h)^2$$

Приравняем полученные выражения

$$g (R_3 + h)^2 = g_0 R_3^2 \Rightarrow g = g_0 \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2} \Rightarrow g = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2$$

Мы получили соотношение между **ускорением свободного падения на поверхности планеты g_0** и **ускорением свободного падения g на некоторой высоте h** над поверхностью планеты.

Последнюю формулу мы будем применять достаточно часто. Она поможет нам в решении задач о нахождении ускорения свободного падения g на некоторой высоте h над поверхностью планеты. То есть если в задаче идет речь о том, что тело подняли с поверхности планеты на некоторую высоту над поверхностью планеты и при этом мы не знаем ни массу планеты ни ее радиус, а только ускорение свободного падения на поверхности, то вероятнее всего нам будет нужна это формула.

ПРИМЕР. *На какой высоте (в км) над поверхностью Земли ускорение свободного падения в 9 раз меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км.*

Так как на некоторой высоте «ускорение свободного падения в 9 раз меньше, чем на земной поверхности», то $g = g_0 / 9$. Следовательно,

$$g = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_0}{9} = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_0}{9} = \cancel{g_0} \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2$$

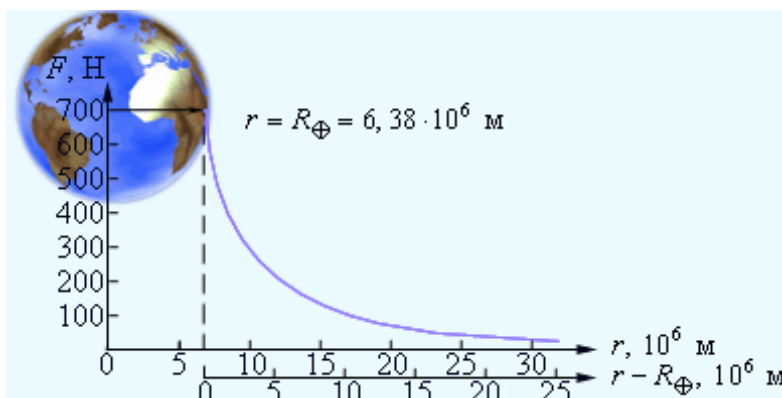
Хотите возвести во вторую степень правую часть? Не торопитесь. Все можно сделать гораздо проще

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{R_3}{R_3 + h} \Rightarrow R_3 + h = 3R_3 \Rightarrow h = 2R_3$$

Теперь поговорим о Земле. Сила тяжести направлена к центру Земли. В отсутствие других сил тело свободно падает на Землю с ускорением свободного падения, независящим от массы тела. Среднее значение ускорения свободного падения для различных точек поверхности Земли равно $9,81 \text{ м/с}^2$. Зная ускорение свободного падения и радиус Земли ($R_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ м}$), можно вычислить массу Земли M :

$$M = \frac{gR_3^2}{G} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

При удалении от поверхности Земли сила земного тяготения и ускорение свободного падения изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния r до центра Земли. Следующий рисунок иллюстрирует изменение силы тяготения, действующей на космонавта в космическом корабле при его удалении от Земли. Сила, с которой космонавт притягивается к Земле вблизи ее поверхности, принята равной 700 Н.



В этой теме не лишним будет вспомнить, что массу тела мы можем найти по формуле: $m = \rho V$, где ρ – плотность тела. Так как в этой теме мы будем иметь дело с планетами (а все планеты – шарообразные тела), то не лишним будет вспомнить формулу объема шара: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$. При помощи этих двух формул

можно получить еще одно соотношение для ускорения свободного падения на поверхности планеты, выраженное через плотность вещества планеты

$$g_0 = G \frac{M}{R_{\text{п}}^2} = G \frac{\rho V}{R_{\text{п}}^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R_{\text{п}}^3}{R_{\text{п}}^2} = \frac{4}{3} G \rho \pi R_{\text{п}} \Rightarrow g_0 = \frac{4}{3} G \rho \pi R_{\text{п}},$$

где $R_{\text{п}}$ – радиус планеты. Эту формула применяется в случаях, когда в условии задачи идет речь о плотности планеты.

ПРИМЕР. Какое расстояние пройдет тело, свободно падая без начальной скорости в течение 3 секунд у поверхности планеты, радиус которой на одну треть меньше радиуса Земли, а средняя плотность вещества на 40% меньше, чем средняя плотность Земли? $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Для начала запишем, что означает фраза «радиус которой на одну треть меньше радиуса Земли, а средняя плотность вещества на 40% меньше»

$$R_{\text{п}} = R - \frac{1}{3}R = \frac{2}{3}R, \quad \rho_{\text{п}} = \rho - 0,4\rho = 0,6\rho.$$

За время t тело пройдет путь $S = \frac{g_{\text{п}} t^2}{2}$, где $g_{\text{п}}$ – ускорение свободного падения на поверхности планеты.

Выразим ускорение свободного падения через среднюю плотность вещества планеты $\rho_{\text{п}}$

$$g_{\text{п}} = \frac{4}{3} \pi G \rho_{\text{п}} R_{\text{п}}.$$

Записав в таком же виде ускорение свободного падения на Земле, найдем отношение $g_{\text{п}}$ к g

$$\frac{g_{\text{п}}}{g} = \frac{\rho_{\text{п}} R_{\text{п}}}{\rho R} = \frac{0,6\rho (2R/3)}{\rho R} = 0,4.$$

Подставляя $g_{\text{п}} = 4 \text{ м/с}^2$ в формулу для S , получаем $S = 18 \text{ м}$.

Как вы уже смогли увидеть, в этой теме так же, как и в предыдущей, все задачи так же можно разделить на два типа – расчетные и аналитические.

Тест 2.08.01.

1. На какой высоте (в км) над поверхностью Земли ускорение свободного падения в 16 раз меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км.

1. 6400 2. 18000 3. 12800 4. 19200

2. Сколько процентов составляет ускорение свободного падения на поверхности Марса от ускорения свободного падения на Земле, если радиус Марса составляет 0,5 радиуса Земли, а масса Марса – 0,1 массы Земли?

1. 30 2. 50 3. 40 4. 60

3. Радиус некоторой планеты в $\sqrt{2}$ раз меньше радиуса Земли, а ускорение силы тяжести на поверхности планеты в 3 раза меньше, чем на поверхности Земли. Во сколько раз масса планеты меньше массы Земли?

1. 2 2. 8 3. 6 4. 9

4. Радиус некоторой планеты в 10 раз больше, чем радиус Земли, а средняя плотность вещества планеты в 2 раза меньше средней плотности Земли. Во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности планеты больше, чем на поверхности Земли?

1. 2 2. 5 3. 3 4. 7

5. На какой высоте от поверхности Земли ускорение свободного падения будет в четыре раза меньше, чем у поверхности Земли?

1. R_3 2. $2R_3$ 3. $3R_3$ 4. $4R_3$ 5. $10R_3$

6. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности планеты, масса которой в четыре раза больше массы Земли и радиус которой в два раза больше радиуса Земли?

1. $20m/c^2$ 2. $10m/c^2$ 3. $5m/c^2$ 4. $40m/c^2$ 5. $35m/c^2$

7. Ускорение свободного падения на поверхности планеты в четыре раза больше, чем на поверхности Земли. Чему равно отношение радиуса этой планеты к радиусу Земли, если масса планеты в 16 раз больше массы Земли?

1. 2 2. 4 3. 1/4 4. 1/8 5. 1/2

8. Масса некоторой планеты в 16 раз больше, чем масса Земли, а средняя плотность вещества планеты в 2 раза больше средней плотности Земли. Во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности планеты больше, чем на поверхности Земли?

1. 2 2. 8 3. 4 4. 16

1	2	3	4	5	6	7	8
4	3	3	2	1	2	1	3

Тест 2.08.01.

1. Каково ускорение свободного падения на высоте равной половине радиуса Земли?

2. Средний радиус планеты Меркурий 2420 км, а ускорение свободного падения на планете $3,72 \text{ м/с}^2$. Найти массу Меркурия.

3. Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли, а масса – 0,11 массы Земли. Зная ускорение свободного падения на Земле, найти ускорение свободного падения на Марсе.

4. Средняя плотность Венеры 5200 кг/м^3 , а радиус планеты 6100 км. Найти ускорение свободного падения на поверхности Венеры.

5. На какой высоте над Землей сила тяжести, действующая на тело массой 3 кг, равна 15 Н? $R_3=6400 \text{ км}$, $M_3=5,97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

6. Масса планеты в 8 раз больше массы Земли, а ее радиус в 2 раза больше радиуса Земли. Определить, во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности планеты больше, чем на поверхности Земли.

1	2	3	4	5	6
4,36	$3,3 \cdot 10^{23}$	3,92	8,9	2540 км	2

2.09. Динамика вращательного движения

При движении тела по окружности независимо от того, в какой плоскости происходит движение, тело будет двигаться с центростремительным (нормальным) ускорением, которое будет направлено к центру окружности, по которой движется тело. При этом понятие окружность не надо воспринимать буквально. Тело может проходить только дугу окружности (например, двигаться по мосту).



Во всех задачах этого типа одна из осей обязательно выбирается по направлению центростремительного ускорения!!! Обычно при решении задач такого типа достаточно одной оси. Если все же нужна вторая, то ее как обычно направляем перпендикулярно первой оси.

Одной из самых распространенных задач по данной теме является задача о движении тела по мосту. Очевидно, что мост представляет из себя часть окружности (дугу). Мост всегда будет выпуклым.

ПРИМЕР. Автомобиль массой m движется по выпуклому мосту, радиус кривизны которого R со скоростью v . Найдите вес автомобиля в верхней точке моста.

Как вы должны помнить из темы «Вес тела», вес мы найти не сможем. Однако вы должны помнить, что согласно третьему закону Ньютона, вес тела численно равен силе реакции опоры N (в данной задаче в роли опоры выступает мост). Следовательно, будем ее и искать.

Ось OY направим вертикально вниз, так как центростремительное ускорение автомобиля в верхней точке так же будет направлено вертикально вниз, к центру окружности, по которой он движется. На автомобиль будет действовать только две силы – сила тяжести mg и сила реакции опоры N . Второй закон Ньютона в проекции на ось OY (которую мы направляем вертикально вниз к центру окружности) будет иметь вид

$$mg - N = ma_{ц.}$$

Из курса кинематики вспомним, что $a_{ц} = \frac{v^2}{R}$. Откуда получаем

$$mg - N = ma_{ц} \Rightarrow N = mg - ma_{ц} = m\left(g - a_{ц}\right) = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) \Rightarrow N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Обратите внимание на ответ.

Согласно ему, сила реакции опоры (и соответственно вес тела) при движении по **выпуклому** мосту уменьшаются.

При некоторой скорости движения тело может находиться в **состоянии невесомости**. Найдем эту скорость. Невесомость – состояние, при котором тело не действует на опору или подвес, то есть $N = 0$. Следовательно,

$$0 = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) \Rightarrow g - \frac{v^2}{R} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{gR}.$$

Скорость, при которой вес будет равен нулю, будет зависеть только от радиуса кривизны моста и не будет зависеть от массы тела. При движении именно с такой скоростью взлетают при проезде мостов автомобили в фильмах.

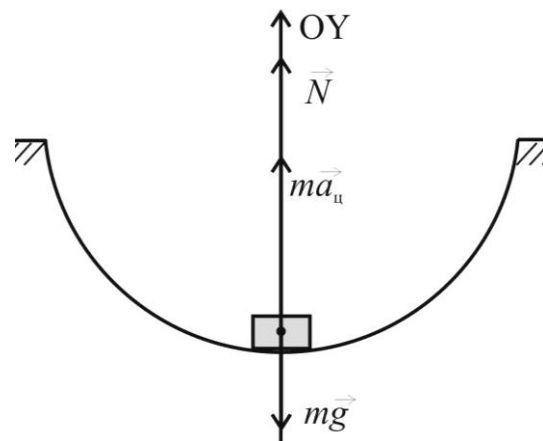
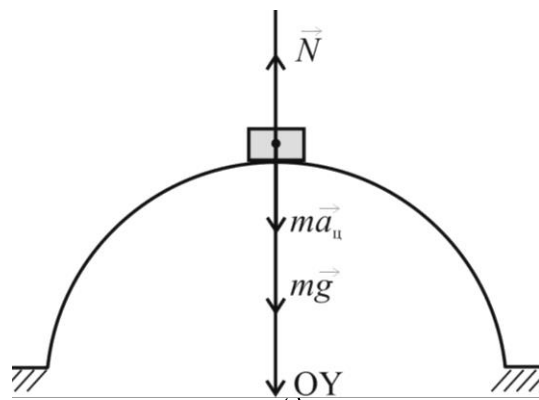
Возможны задачи, в которых мост будет не выпуклым, а вогнутым (хотя, как вы сами понимаете, таких мостов не может быть в принципе). Это может быть не мост, а горка, с которой съезжает мальчик на санках. Решение таких задач аналогично решению предыдущей задачи с некоторыми поправками: другое направление будет иметь центростремительное ускорение тела (оно будет направлено вертикально вверх) и, соответственно, ось OY будем направлять вертикально вверх. Второй закон Ньютона в проекции на ось OY примет вид

$$N - mg = ma_{ц.}$$

Сила давления автомобиля в центре моста будет равна

$$N = mg + ma_{ц} = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right) \Rightarrow N = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Обратите внимание, что в случае вогнутого моста сила давления увеличивается, то есть вес тела увеличивается.



Так же обращаю Ваше внимание на сходство этих двух примеров с задачей о весе тела, находящегося в лифте, движущемся с ускорением вертикально вниз или вверх. Эти задачи мы разбирали в теме «Вес тела». Тогда мы увидели закономерность, что если ускорение, с которым движется тело, направлено вверх, то вес тела будет увеличиваться. Если ускорение будет направлено вниз, то вес тела будет уменьшаться. Эта же закономерность работает и тут. В первой задаче ускорение было направлено вниз и вес тела уменьшился. Во второй задаче ускорение направлено вверх и вес тела увеличился.

Теперь разберем случай, когда тело находится в произвольной точке моста. Центробежное ускорение будет как обычно при движении по окружности направлено к центру окружности, сила тяжести – вертикально вниз, сила реакции опоры – перпендикулярно опоре. Второй закон Ньютона в проекции на ось OY примет вид (обратите особое внимание на выбор оси, ось выбирается **только** по направлению центростремительного ускорения)

$$mg \cos \alpha - N = ma_{ц}$$

Дальнейшее решение уже не представляет особой сложности.

ПРИМЕР. Автомобиль массой 1000 кг едет по выпуклому мосту, радиус кривизны которого 250 м, со скоростью 72 км/ч. С какой силой (в кН) давит автомобиль на мост в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет 30° с вертикалью?

Направим ось по центростремительному ускорению. Проекция второго закона Ньютона на эту ось имеет вид

$$mg \cos \alpha - N = ma_{ц} \Rightarrow mg \cos \alpha - N = m \frac{v^2}{R}$$

Отсюда находим силу нормальной реакции N (которая по 3-му закону Ньютона равна силе давления на мост)

$$N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R} = 7 \text{ кН.}$$

А теперь «перевернем» задачу. Пусть у нас есть математический маятник. **Математическим маятником** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела. Маятник совершает колебания около положения равновесия. Найдем силу натяжения нити, на которой висит маятник, в момент времени, когда нить образует с вертикалью некоторый угол α . Ось OY направим к точке подвеса маятника. Второй закон Ньютона будет иметь следующий вид

$$N - mg \cos \alpha = ma_{ц} \Rightarrow N = mg \cos \alpha + ma_{ц}$$

Если вы вдруг забыли как находить проекцию силы на ось координат в случае, когда сила направлена под некоторым углом к оси координат, то обязательно повторите параграф 2.01.

Есть ряд задач на вращения в вертикальной плоскости на стержне или нити. На первый взгляд может показаться, что такие задачи будут одинаковы. Однако это не так.

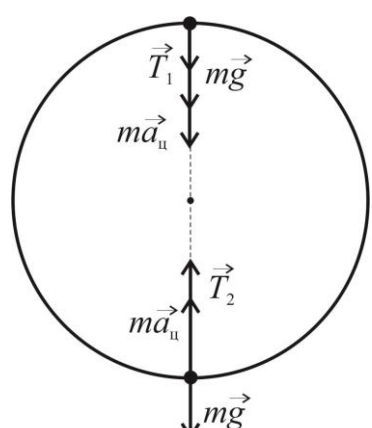
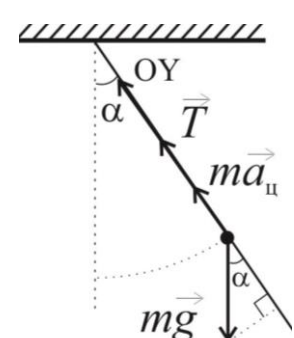
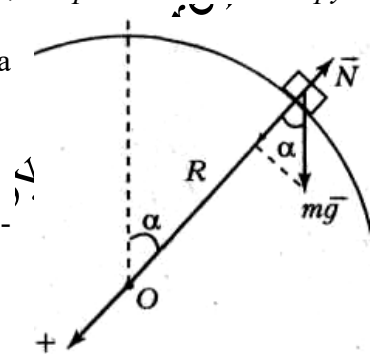
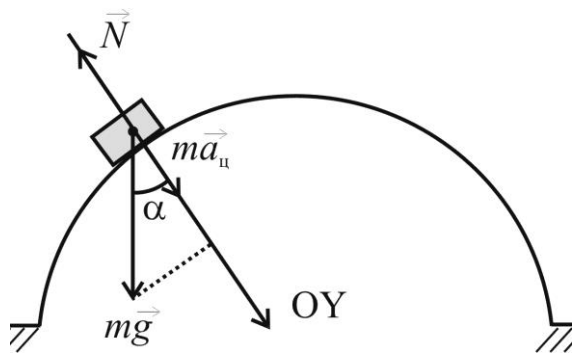
Дело в том, что стержень может испытывать деформации как растяжения, так и сжатия. Нить же невозможно сжать. Ее можно только растягивать!

Движение на нити в вертикальной плоскости. Так как нить может только растягиваться, то при движении тела на нити в вертикальной плоскости в нити будет возникать только деформация растяжения и, как следствие, сила упругости, возникающая в нити, будет всегда направлена к центру окружности.

ПРИМЕР. Мальчик вращает в вертикальной плоскости груз массой 0,1 кг, привязанный к веревке длиной 0,8 м. Определите силу натяжения веревки в момент нахождения груза в верхней и нижней точках окружности вращения, если груз совершает 120 об/мин.

Как обычно начинаем решение с рисунка. Для начала разберемся с верхней точкой. В любой точке траектории сила натяжения нити будет направлена к центру окружности. Следовательно, в верхней точке сила натяжения нити направлена вертикально вниз. Как и сила тяжести. Ось OY (на рисунке ее не показываем) направим по ускорению, то есть к центру окружности. Второй закон Ньютона в проекцию на ось OY будет иметь следующий вид

$$T_1 + mg = ma \Rightarrow T_1 = ma - mg = m(a - g)$$



Вспомним, что $a = 4\pi^2 Rv^2$ (тема 1.14). Окончательно получим

$$T_1 = m(a - g) = m(4\pi^2 Rv^2 - g)$$

В нижней точке сила натяжения нити будет направлена вертикально вверх. При этом вила тяжести как обычно вертикально вниз. Ось ОУ опять направим по ускорению. Только в этой точке она будет направлена вертикально вверх. Второй закон Ньютона в проекцию на ось ОУ будет иметь следующий вид

$$T_2 - mg = ma \Rightarrow T_2 = ma + mg = m(4\pi^2 Rv^2 + g)$$

Очевидно, что при постоянной частоте вращения натяжение в нижней точке будет больше натяжения в верхней точке. На какую величину? Найдем ее

$$T_2 - T_1 = ma + mg - (ma - mg) = ma + mg - ma + mg = 2mg$$

Как видим, разность сил натяжения не зависит от частоты вращения.

При вращении тела на нитке в верхней точке окружности скорость тела **не может быть равна нулю**, так как нить при нулевой скорости тела просто сложится и тело не сможет продолжить дальнейшее движение. Хотите пример из жизни? Легко! Представьте себе детские качели на площадке (обычно такие качели есть на любой детской площадке). А теперь представьте, что делая «солнышко» на таких качелях ребенок в верхней точке остановился. Что будет? Правильно, ничего хорошего.

Минимальная скорость, с которой должно двигаться тело в верхней точке, легко найдем предположив, что вес тела в верхней точке будет равен нулю. То есть тело **пока** не растягивает нить, но при чуть **большей** скорости возникнет сила упругости нити. Следовательно

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) \Rightarrow 0 = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) \Rightarrow v = \sqrt{gR},$$

то есть при скорости тела равной или большей чем $v = \sqrt{gR}$ нить не сложится.

ПРИМЕР. Ведерко с водой вращают в вертикальной плоскости на веревке длиной 0,5 м. Какова должна быть наименьшая скорость ведерка в верхней точке траектории, чтобы вода из него не выливалась? Ускорение свободного падения считать равным $9,8 \text{ м/с}^2$.

В задачах такого типа мы рассматриваем ситуацию, в которой вода вот-вот начнет выливаться из ведерка. То есть вода уже находится в состоянии невесомости и если скорость ведерка в верхней точке будет хоть на микрометр в секунду меньше, то вода начнет выливаться. Так как вода находится в невесомости, то ускорение, с которым движется вода, равно ускорению свободного падения. Следовательно,

$$a = g \Rightarrow g = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gR}$$

Мы получили точно такую же формулу, как и буквально несколькими строками выше. При этом мы использовали немного другие рассуждения. Какие рассуждения вам более понятны, такие и запоминайте.

ПРИМЕР. Определите скорость самолета при выполнении «мертвой петли» радиуса 200 м, если в верхней точке петли летчик находится в состоянии невесомости.

Да, летчик при выполнении мертвой петли тоже может находиться в состоянии невесомости. Это возможно только в верхней точке траектории и только при условии, что ускорение, с которым движется самолет (и летчик вместе с ним), равно ускорению свободного падения (как и в предыдущей задаче). Поэтому никаких сложностей в решении этой задачи нет.

В целом движение летчика при выполнении им мертвой петли очень напоминает движение тела на нити. Убедимся в этом на примере следующей задачи.

ПРИМЕР. Самолет движется по окружности радиуса 2,5 км, расположенной в вертикальной плоскости, с постоянной по модулю скоростью. Определите ее, если минимальный вес летчика в три раза меньше его максимального веса.

Фраза «если минимальный вес летчика в три раза меньше его максимального веса» в условии задачи означает, что $N_1 = 3N_2$. О весе мы больше вообще не вспоминаем и думаем только о силе реакции опоры (впрочем, как и во всех остальных задачах о весе тела). В данной задаче скорость самолета постоянна. Хотя иногда встречаются задачи, где скорость самолета (и как следствие центростремительное ускорение в верхней и нижней точках) разное.

Самолет и находящийся в нем летчик движутся с центростремительным ускорением $a = \frac{v^2}{R}$. В нижней точке траектории на летчика действуют сила тяжести mg и сила нормальной реакции опоры N_1 . Согласно второму закону Ньютона (ось направим по ускорению, то есть вертикально вверх) получим

$$N_1 - mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N_1 = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right).$$

В верхней точке траектории на летчика действуют сила тяжести mg и сила нормальной реакции опоры N_2 . Согласно второму закону Ньютона получим

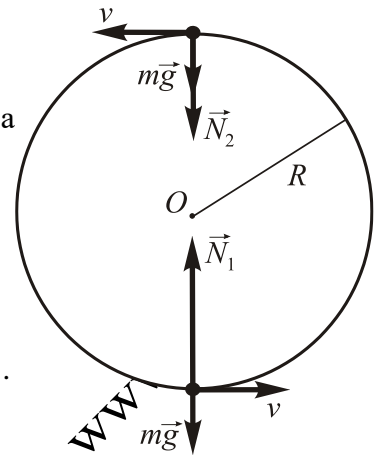
$$N_2 + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N_2 = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right).$$

Вспоминаем, что $N_1 = 3N_2$. Следовательно,

$$N_1 = 3N_2 \Rightarrow m \left(\frac{v^2}{R} + g \right) = 3m \left(\frac{v^2}{R} - g \right) \Rightarrow \frac{v^2}{R} + g = 3 \frac{v^2}{R} - 3g \Rightarrow 4g = 2 \frac{v^2}{R}.$$

Отсюда окончательно получим

$$v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2500} = 220 \text{ м/с}.$$



Движение тела на стержне в вертикальной плоскости. В стержне, в отличие от нити, может возникнуть деформация как растяжения, так и сжатия. Поэтому в верхней точке траектории скорость тела, прикрепленного к стержню, может быть равна нулю (в отличие от нити, где скорость должна быть не меньше определенного значения, чтобы нить не сложилась). И опять вспомним о детских качелях. Только теперь представим качели на стержне и «солнышко» на них.

Вращение в горизонтальной плоскости. Представьте, что на горизонтальном столе находится тело, которое привязано к нити (например, обычный шарик). Вы берем нить за свободный конец и начинаем раскручивать нить так, чтобы привязанное к второму концу тело начало двигаться по окружности. При этом наша рука находится на столе, то есть нить параллельна плоскости стола. Второй закон Ньютона для этого случая будет иметь вид $T = ma_{ц}$. Если вместо нити выступает пружина, то $T = kx$. Только учтите, что радиус окружности, по которой движется тело, будет равен сумме растяжения x и начальной длины пружины L_0 .

ПРИМЕР. Камень массой 40 г, прикрепленный к резиновому шнуру длиной 50 см и жесткостью 9,8 Н/м, при вращении в горизонтальной плоскости удлинил шнур на 10 см. Определите скорость вращения камня.

Схематично покажем камень, привязанный к шнуру. В горизонтальной плоскости на камень действует только одна сила – сила упругости. То, что в вертикальной плоскости на камень действует сила тяжести (вертикально вниз) и сила реакции опоры (вертикально вверх) нас не интересует, так как никакого движения в вертикальной плоскости нет. Поэтому второй закон Ньютона в проекции на ось OX (направим ее к центру окружности по ускорению) пример следующий вид

$$T = ma$$

А теперь вспомним закон Гука и раскроем ускорение. И помним, что радиус окружности R , по которой движется камень, будет равен сумме начальной длины упругого шнура L_0 и удлинения шнура x

$$T = ma \Rightarrow kx = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow kx = m \frac{v^2}{L_0 + x} \Rightarrow v^2 = \frac{kx(L_0 + x)}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx(L_0 + x)}{m}}$$

ПРИМЕР. Шарик массой 100 г может скользить без трения по горизонтальному стержню, вращающемуся относительно вертикальной оси с угловой скоростью 2 рад/с. К шарiku прикреплена пружина жесткостью 4 Н/м, другой конец которой закреплен на оси. Длина пружины в недеформированном состоянии 45 см. Определите абсолютное удлинение пружины.

Задача ничем не отличается от предыдущей. Зачем она тут? Только для того, чтобы обратить ваше внимание на то, что центростремительное ускорение можно выражать не только через **линейную скорость** v , но и через **угловую скорость** ω . Всегда обращайтесь внимание что вам дано по условию задачи!

При решении задач:

1. Всегда обращайтесь внимание в какой плоскости происходит движение тела (горизонтальной или вертикальной).
2. Обязательно делайте пояснительный рисунок.
3. Направляйте ось по направлению центростремительного ускорения.
4. Не пытайтесь запомнить формулы для частных случаев. Всегда выводите их самостоятельно.
5. Помните, что при вращении в вертикальной плоскости с постоянной по модулю скоростью вес тела в нижней точке всегда будет больше чем в верхней.
6. Иногда в задачах на вращении в вертикальной плоскости скорость тела в верхней и нижней точках может быть разная.
7. Помните, что центростремительное ускорение можно найти как через линейную, так и через угловую

скорость: $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Так же центростремительное ускорение можно найти через период и частоту

вращения тела: $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R \nu^2$.

Тест 2.09.01.

1. Какую минимальную скорость должен развить автомобиль массой 2000 кг, чтобы благополучно проехать по выпуклому мосту с радиусом кривизны 100 м, выдерживающему нагрузку не более 18000 Н? $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 5 2. 10 3. 15 4. 20

2. Машина массой 2 т движется со скоростью 72 км/ч по выпуклому мосту, радиус кривизны которого 100 м. С какой силой (в кН) давит машина на мост, проезжая через его середину?

1. 6 2. 12 3. 18 4. 24

3. Лыжник массой 65 кг движется по вогнутому участку дороги с радиусом кривизны 20 м. Определите силу давления лыж на дорогу в нижней точке этого участка, если скорость движения лыжника 2 м/с. $g=9,8 \text{ м/с}^2$.

1. 650 2. 200 3. 1300 4. 450

4. Определите радиус горбатого моста, имеющего вид дуги окружности, если известно, что давление автомобиля, движущегося со скоростью 90 км/ч, в верхней точке моста уменьшилось вдвое (по сравнению с давлением на горизонтальном участке дороги). $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 100 2. 125 3. 25 4. 150

5. С какой скоростью едет автомобиль по выпуклому мосту, радиус кривизны которого 63 м, если давление автомобиля на мост в верхней точке моста в два раза больше, чем в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет 30° с вертикалью? $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 9 2. 15 3. 10 4. 21

6. К невесомому стержню длиной 50 см прикреплен шарик массой 400 г, который равномерно вращается в вертикальной плоскости. При какой минимальной угловой скорости вращения произойдет разрыв стержня, если он выдерживает максимальную нагрузку 24 Н? $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 5 2. 7 3. 10 4. 11

7. Небольшой шарик массой 250 г, прикрепленный к концу нити, равномерно вращают в верти-

кальной плоскости. На сколько сила натяжения нити в нижней точке траектории больше, чем в верхней? $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 5 2. 7 3. 9

8. Математический маятник имеет массу 1 кг и длину 20 см. В момент, когда нить маятника образует угол 60° с вертикалью, скорость груза маятника равна 1 м/с. Какова в этот момент сила натяжения нити? $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 15 2. 12 3. 11 4. 10

9. Самолет делает «мертвую петлю». Определите силу давления летчика на сиденье в нижней точке траектории, если масса летчика 70 кг, скорость самолета 100 м/с, а радиус окружности («петли») 200 м. $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 2000 2. 4200 3. 2500 4. 4500

10. Самолет делает «мертвую петлю». В нижней точке траектории сила, прижимающая летчика к сиденью, в 5 раз больше силы тяжести. В верхней точке летчик испытывает состояние невесомости. Во сколько раз скорость самолета в нижней точке больше, чем в верхней?

1. 1 2. 3 3. 2 4. 5

11. К одному концу резинового шнура прикрепил шарик массой 50 г, другой его конец закрепили на горизонтальной гладкой поверхности и привели шарик во вращение по поверхности с угловой скоростью 20 рад/с. Найдите удлинение шнура (в см), если его жесткость 100 Н/м, а первоначальная длина 40 см.

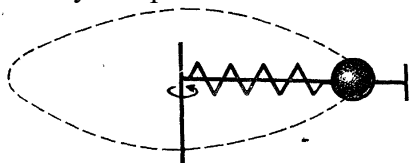
1. 10 2. 80 3. 40 4. 120

12. В кабине, укрепленной на конце штанги, находится человек. Штанга с кабиной вращается в вертикальной плоскости с угловой скоростью 0,7 рад/с. Какова должна быть длина штанги, чтобы человек в верхней точке траектории испытывал состояние невесомости? $g=9,8 \text{ м/с}^2$.

1. 10 2. 15 3. 20 4. 25

13. Небольшой груз массой 0,5 кг может перемещаться без трения по горизонтальному стержню,

прикрепленному к вертикальной оси.



Груз связан с осью пружиной. Какова жесткость пружины, если при вращении стержня вокруг вертикальной оси с угловой скоростью 3 рад/с пружина растягивается в 2 раза?

1. 3 2. 9 3. 6 4. 12

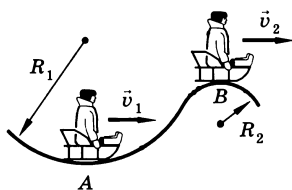
14. Камень, привязанный к веревке длиной 50 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. При каком числе оборотов, совершаемых камнем за одну секунду, веревка разорвется, если известно, что она разрывается при нагрузке, равной десятикратному весу камня?

1. 1,7 2. 2,1 3. 3,5 4. 4,2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	1	2	4	3	1	4	2	3
11	12	13	14						
1	3	2	2						

Тест 2.09.02.

1. Определить вес мальчика массой 40 кг в положениях А и В (в Н), если $R_1 = 20$ м, $v_1 = 10$ м/с, $R_2 = 10$ м, $v_2 = 5$ м/с.



2. На конце стержня длиной 1 м укреплен груз массой 0,4 кг, приводимый во вращение в вертикальной плоскости с постоянной частотой обращения. С какой силой (в Н) действует груз на стержень в верхней и нижней точках траектории при частоте обращения 0,5 об/с?

3. Автомобиль массой 2 т проходит по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 40 м, со скоростью 36 км/ч. С какой силой (в кН) автомобиль давит на мост в его середине?

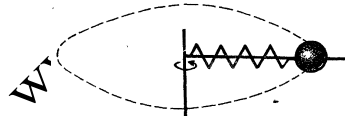
4. Автомобиль движется по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 50 м. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы не оказывать давление в верхней точке моста?

5. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти массу камня (в кг), если известно, что разность между максимальной и минимальной силами натяжения веревки 10 Н.

6. Летчик массой 70 кг описывает «мертвую петлю» радиусом 100 м на самолете, летящем со скоростью 180 км/ч. С какой силой прижимается летчик к сиденью в верхней и нижней точках петли?

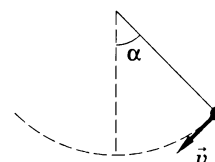
7. Автомобиль массой 2 т, проходящий по выпуклому мосту радиусом 40 м, имеет вес 15 кН. С какой скоростью едет автомобиль?

8. Один конец пружины закреплен на оси стержня, способного вращаться в горизонтальной плоскости. К пружине прикреплено тело, способное скользить по стержню без трения. Длина недеформированной пружины 20 см, жесткость 40 Н/м. Какой будет длина пружины (в см), если стержень вращается с частотой 2 об/с. Масса тела 50 г.



9. Как относятся друг к другу силы, с которыми автомобиль давит на середину вогнутого и выпуклого мостов? Радиус кривизны в обоих случаях равен 50 м, скорость движения 72 км/ч.

10. Найти силу упругости нити в момент, соответствующий рисунку, если масса груза равна 100 г, скорость движения 2 м/с, угол $\alpha = 60^\circ$, длина нити 40 см.



11. Скорость самолета при выполнении «мертвой петли» постоянна и равна 400 м/с. Считая, что человек может переносить пятикратные перегрузки (отношение веса к силе тяжести), определить минимальный радиус траектории самолета (в км).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
600;	0;	15	22,4	0,5	1050;	10	25	9	1,5	4
300	8				2450					

2.10. Наклонная плоскость

Задачи на наклонную плоскость являются достаточно сложными. Однако если понять фишку таких задач, то решение не будет составлять особого труда. Задачи с наклонной плоскостью можно разделить на несколько основных типов:

1. Тело само (без участия внешней силы) соскальзывает с наклонной плоскости (при этом движение тела может быть, как ускоренным, так и равномерным, в зависимости от угла наклона плоскости и коэффициента трения между телом и плоскостью).
2. Телу сообщают начальную скорость у основания наклонной плоскости, и оно движется вверх вдоль наклонной плоскости (очевидно, что такое движение будет замедленным, ведь нет силы, которая будет поддерживать движение).
3. Тело движется вверх (вниз) по наклонной плоскости. При этом на нее действует сила, вызывающая движение. Движение тела может быть, как равномерным, так и равноускоренным или равнозамедленным, в зависимости от величины силы.

Разберем первый случай.

Оси координат обычно выбирают таким образом, чтобы ось OX была параллельна наклонной плоскости, а ось OY перпендикулярна ей. При этом все силы, кроме силы тяжести, будут параллельны одной из осей и перпендикулярны другой. Таким образом, только сила тяжести может доставить некоторые неудобства. Именно поэтому при построении рисунка угол наклонной плоскости удобнее всего делать **небольшим**, чтобы потом не возникало проблем при проецировании силы тяжести на оси координат.

Обращаю Ваше внимание на то, что угол между силой тяжести и осью OY будет равен углу наклона плоскости к горизонту (углы с взаимно перпендикулярными сторонами; это легко доказывается при помощи признаков подобия треугольников, но не будем тратить на это время).

Таким образом, второй закон Ньютона в проекциях на оси примет вид:

$$\begin{aligned} OX: mgsin\alpha - F_{тр} &= ma && \text{(или равно 0, если тело движется равномерно)} \\ OY: N - mgcos\alpha &= 0 && \text{(0, так как движения вдоль оси OY нет)} \end{aligned}$$

Проанализируем проекцию второго закона Ньютона на ось OX . Сила тяжести, а точнее ее составляющая $mgsin\alpha$, помогает движению тела (поэтому и имеет положительный знак; ее еще иногда называют скатывающей силой). Сила трения мешает движению (поэтому перед ней отрицательный знак). Если проекция силы тяжести больше силы трения, то движение тела будет ускоренным. Если они равны друг другу, движение будет равномерным, а если меньше, то замедленным.

Разберемся теперь подробнее с силой тяжести и ее проекциями на оси (см. рисунок). Сила тяжести направлена под углом α к оси OY . Опустим перпендикуляр из конца силы тяжести на оси OX и OY . Получим два одинаковых прямоугольных треугольника. Найдем проекцию силы тяжести на ось OX . Из треугольника, составленного из силы тяжести, осью OX и перпендикуляром, находим:

$$(mg)_x = mg \sin \alpha .$$

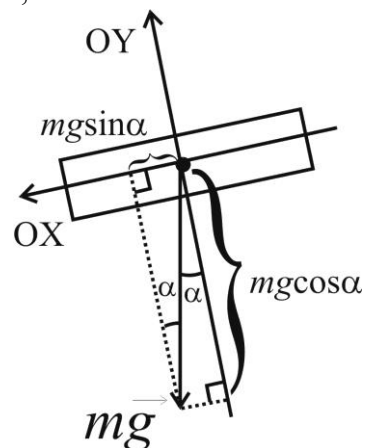
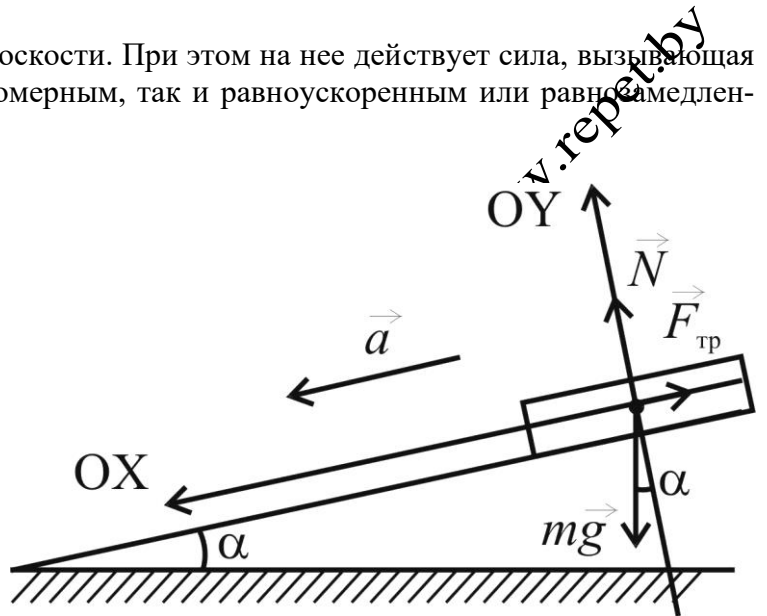
Из треугольника, составленного из силы тяжести, осью OY и перпендикуляром, находим

$$(mg)_y = mg \cos \alpha .$$



Обратите внимание, что если на одну ось в проекции участвует $\cos\alpha$, то на другую обязательно будет $\sin\alpha$. При этом определить где \sin и где $\cos\alpha$ очень просто: если угол прилежит к проекции – будет $\cos\alpha$, если нет – $\sin\alpha$.

Если вы испытываете трудности при нахождении проекций сил на оси координат, то обязательно повторите еще раз тему 2.01!!!



Так же мы должны помнить, что $F_{\text{тр}} = \mu N$. В нашем случае $N = mg \cos \alpha$. Следовательно,

$$F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha.$$

Дальше решить задачу не составит труда.

Важно знать! Если тело движется **равномерно** по наклонной плоскости **в отсутствии внешних сил** (то есть на тело действует только сила тяжести, сила трения и сила реакции опоры), то коэффициент трения легко найти, зная угол наклонной плоскости: $\mu = \text{tg} \alpha$.

Докажем это соотношение. При **равномерном** движении второй закон Ньютона примет вид

$$\text{OX: } mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0 \quad \text{OY: } N - mg \cos \alpha = 0$$

Сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Подставим это соотношение в первое уравнение

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha,$$

Откуда, после сокращения силы тяжести, получаем что $\mu = \text{tg} \alpha$. Повторю еще раз. Это соотношение работает только для равномерного движения в отсутствии внешних сил!

Запомните! Фраза «найти минимальный угол, при котором тело начинает скользить», означает, что надо найти максимальный угол, при котором тело еще не скользит, а значит, ускорение равно нулю. Аналогично поступают, увидев фразу: «найти минимальную силу, при которой тело начинает движение». Ищут максимальную силу, при которой тело еще не движется.

ПРИМЕР. За сколько секунд маленькая шайба соскользнет с наклонной плоскости высотой 2,5 м и углом наклона к горизонту 60° , если по наклонной плоскости из такого же материала с углом наклона 30° она движется вниз равномерно?

Если в задаче говорится про равномерное движение тела вниз по наклонной плоскости без действия на тело внешних сил, то мы сразу должны вспомнить, что при таком движении тангенс угла наклона плоскости к горизонту будет равен коэффициенту трения

$$\mu = \text{tg} \beta = \text{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

И все, про равномерное движение при угле 30 градусов и вообще про наклонную плоскость с углом наклона 30 градусов мы можем забыть. Оно нам больше не понадобится.

Теперь запишем второй закон Ньютона для ускоренного движения, то есть когда угол наклона плоскости к горизонту составляет 60° . Направим ось OX параллельно наклонной плоскости (по ускорению), а ось OY – перпендикулярно ей. Второй закон Ньютона в проекциях на оси координат будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} &= ma, \\ N - mg \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

Мы помним, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Подставим силу трения в первое уравнение. Получим

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma \Rightarrow a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Из определения синуса острого угла прямоугольного треугольника мы можем найти длину наклонной плоскости S

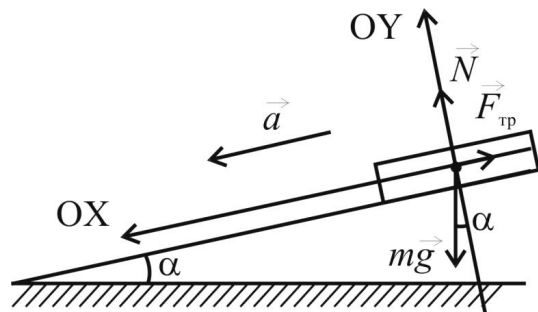
$$\sin \alpha = \frac{h}{S} \Rightarrow S = \frac{h}{\sin \alpha}.$$

С другой стороны, тело, двигаясь ускоренно, пройдет путь, равный длине наклонной плоскости

$$S = \frac{at^2}{2}.$$

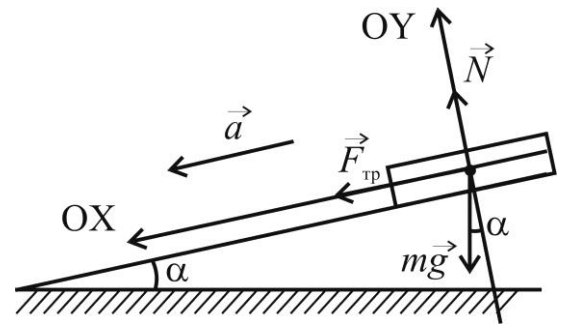
Значит, время движения тела по наклонной плоскости равно

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{\sin \alpha \cdot g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{2h}{\sin \alpha \cdot g (\sin \alpha - \text{tg} \beta \cos \alpha)}} = 1 \text{ с}$$



Если тело движется вверх вдоль наклонной плоскости без действия внешних сил (например, тело толкнули вверх вдоль наклонной плоскости, на чем действие внешней силы прекратилось), то такое движение всегда будет замедленным, ведь и сила трения и составляющая силы тяжести будут мешать движению тела (см. рисунок). Второй закон Ньютона в проекции на ось OX в этом случае примет вид (ось OX удобней направить против направления движения тела)

$$mg \sin \alpha + F_{\text{тр}} = ma$$



Часто в задачах на наклонную плоскость в условии может быть сказано про два движения – вверх по наклонной плоскости и вниз. У этих движений всегда будет один общий параметр – путь, пройденный телом. Поэтому мы вправе записать $S_1 = S_2$ и потом раскрывать этот путь при помощи кинематических формул, в которые будет обязательно входить ускорение тела. А ускорение будем искать из второго закона Ньютона для каждого случая в отдельности.

ПРИМЕР. Вдоль наклонной плоскости вверх пускают шайбу, которая затем соскальзывает вниз. При этом времена подъема и спуска шайбы отличаются в два раза. Определите коэффициент трения шайбы о наклонную плоскость, если она образует угол 30° с горизонтом.

Очевидно, что пути, пройденные шайбой при ее движении вверх и вниз по наклонной плоскости равны.

$$\text{Следовательно, } S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow a_1 t_1^2 = a_2 (2t_1)^2 \Rightarrow a_1 = 4a_2.$$

Теперь осталось найти ускорение шайбы при движении вверх и вниз. Рассмотрим движение снизу-вверх. Ось OX направляем вдоль наклонной плоскости вниз (по ускорению), ось OY – перпендикулярно плоскости. Второй закон Ньютона будет иметь следующий вид

$$mg \sin \alpha + F_{\text{тр}} = ma_1, \quad N - mg \cos \alpha = 0,$$

С учетом того, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, получаем

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

При движении вниз направление ускорения не поменяется. Поменяется только направление силы трения (мы ведь помним, что сила трения всегда направлена против движения тела). Второй закон Ньютона примет вид

$$mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = ma_2, \quad N - mg \cos \alpha = 0.$$

С учетом того, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ получаем

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_2 \Rightarrow a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Так как $a_1 = 4a_2$, то

$$g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 4g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Мы можем либо тупо подставить данные и найти μ либо выразить в общем виде (g сразу сокращается)

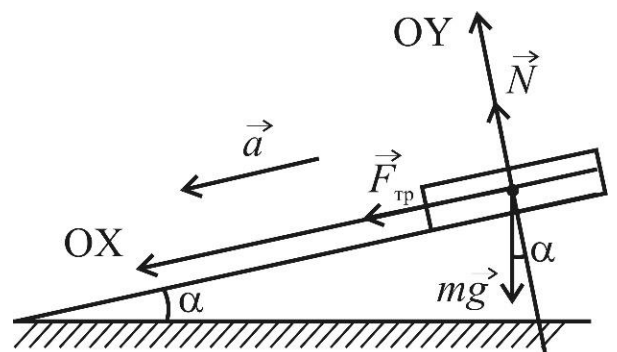
$$\sin \alpha + \mu \cos \alpha = 4 \sin \alpha - 4 \mu \cos \alpha \Rightarrow 5 \mu \cos \alpha = 3 \sin \alpha \Rightarrow \mu = \frac{3 \sin \alpha}{5 \cos \alpha} = \frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha$$

СЛОЖНЫЙ ПРИМЕР. Вверх по плоскости, наклоненной к горизонту под углом 30° пущен брусок, со скоростью, модуль которой равен $7,6$ м/с. Если коэффициент трения бруска о плоскость равен $0,3$, то какой путь (в дм) пройдет брусок за $1,4$ секунды?

Найдем ускорение, с которым будет двигаться брусок. Для этого запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось OX и OY

$$\begin{cases} mg \sin \alpha + F_{\text{тр}} = ma_1 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha + \mu N = ma_1 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_1 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow a_1 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$



Подставим данные задачи. Обращаю ваше внимание на то, что значение $\sqrt{3}$ мы берем не из калькулятора, а из таблицы, которая вам будет дана в начале теста!!! Это очень важно!!!

$$a_1 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 10 \left(\frac{1}{2} + 0,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 5(1 + 0,3 \cdot 1,73) = 7,595 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

А теперь найдем время, за которое брусок остановится. Зачем мы это делаем? Дело в том, что мы не знаем что произойдет с бруском за 1,4 секунды. Возможны 2 варианта развития событий.

Вариант 1. За 1,4 секунды брусок не успеет остановиться. Это идеальный вариант. Если время остановки бруска больше или в крайнем случае равно времени, которое дано по условию задачи, то брусок не успеет изменить направление движения. И поэтому зная ускорение, с которым движется брусок, и начальную скорость бруска мы легко найдем путь, который прошел брусок по формуле $S_1 = v_0 t - \frac{a_1 t^2}{2}$.

Использовать эту формулу для нахождения пути мы имеем право только в том случае, если тело не изменяет направление движения. И не забываем взять ускорение с отрицательным знаком, так как тело движется замедленно.

Вариант 2. За 1,4 секунды брусок успеет остановиться и начнет ускоренное движение в обратном направлении. Это плохой вариант, так как надо будет разбивать движение на две части: замедленное движение вверх вдоль наклонной плоскости и ускоренное движение вниз.

Время остановки будет равно (рекомендую повторить тему 1.06)

$$t_{\text{остановки}} = \frac{v_0}{a_1} = \frac{7,6}{7,595} = 1 \text{ (с)}.$$

Нам попался второй вариант. В течение 1 секунды брусок движется вверх вдоль наклонной плоскости и потом 0,4 секунды движется вниз с ускорением a_2 . Найдем это ускорение

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = ma_2 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha - \mu N = ma_2 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_2 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Подставим данные задачи. И опять я обращаю ваше внимание на то, что значение $\sqrt{3}$ мы берем не из калькулятора, а из таблицы в начале теста!!!

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10 \left(\frac{1}{2} - 0,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 5(1 - 0,3 \cdot 1,73) = 2,405 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Путь S_1 , пройденный бруском до остановки, будет равен

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{7,6^2}{2 \cdot 7,595} = 3,8 \text{ (м)}$$

Мы использовали другую формулу. Если будет считать по первой формуле, то получим точно такой же ответ

$$S_1 = v_0 t_{\text{остановки}} - \frac{a_1 t_{\text{остановки}}^2}{2} = 7,6 \cdot 1 - \frac{7,595 \cdot 1^2}{2} = 3,8 \text{ (м)}.$$

Путь S_2 , пройденный бруском после остановки, будет равен

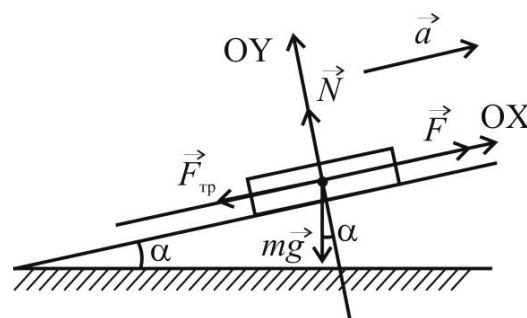
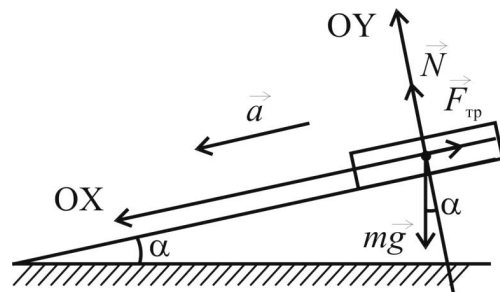
$$S_2 = \frac{a_2 (t - t_{\text{остановки}})^2}{2} = \frac{2,405 \cdot (1,4 - 1)^2}{2} = 0,19 \text{ (м)}.$$

Итого брусок прошел путь 3,99 м или 40 дм. **Ответ:** 40.

Есть тип задач, в которых тело будет двигаться вверх вдоль наклонной плоскости под действием внешней силы (см. рисунок). Тогда второй закон Ньютона будет иметь следующий вид

$$F - mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = ma.$$

То есть сила F помогает движению тела вверх по наклонной плоскости с ускорением a (хотя движение может быть и равномерным; тогда $a=0$), а проекция силы тяжести и сила трения мешают этому движению (поэтому их проекции и отрицательны).



ПРИМЕР. Тело массой 3 килограмма удерживают на наклонной плоскости, составляющей угол 45° с горизонтом. Если это тело отпустить, то оно будет двигаться вниз с ускорением $4,1 \text{ м/с}^2$. Если же к телу приложить постоянную силу F , параллельную наклонной плоскости, то оно будет двигаться равномерно. Найдите значение силы F .

Случай, когда тело скользит вниз с ускорением нам дан для того, чтобы мы могли найти коэффициент трения. Запишем второй закон Ньютона для этого случая

$$\begin{aligned} \text{OX: } mgsin\alpha - F_{\text{тр}} &= ma \\ \text{OY: } N - mg\cos\alpha &= 0 \end{aligned}$$

Так как $F_{\text{тр}} = \mu N$, то

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma \Rightarrow mg \sin \alpha - ma = \mu mg \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{mg \sin \alpha - ma}{mg \cos \alpha} = \frac{m(g \sin \alpha - a)}{mg \cos \alpha} = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} \quad \text{Mo}$$

можно сразу же подставить данные задачи, но лучше потерпеть и сохранить формулу, чтобы получить как можно меньше округлений, которые иногда существенно влияют на ответ к задаче.

Для случая, когда тело тянут равномерно вверх по наклонной плоскости, второй закон Ньютона будет иметь следующий вид

$$\begin{aligned} F - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha &= 0 \Rightarrow F = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = \\ &= mg \left(\frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} \cos \alpha + \sin \alpha \right) = mg \left(\frac{g \sin \alpha - a}{g} + \sin \alpha \right) = \\ &= mg \left(\frac{g \sin \alpha}{g} - \frac{a}{g} + \sin \alpha \right) = mg \left(\sin \alpha - \frac{a}{g} + \sin \alpha \right) = \\ &= mg \left(2 \sin \alpha - \frac{a}{g} \right) \end{aligned}$$

Вот сейчас гораздо проще сделать вычисления с минимальными округлениями. **Ответ:** 30.

СВЯЗАННЫЕ ТЕЛА И НАКЛОННАЯ ПЛОСКОСТЬ

Сила трения, действующая на тело находящееся на наклонной плоскости, может быть направлена как вверх, так и вниз вдоль наклонной плоскости. Поэтому надо быть готовым рассмотреть несколько вариантов решения.

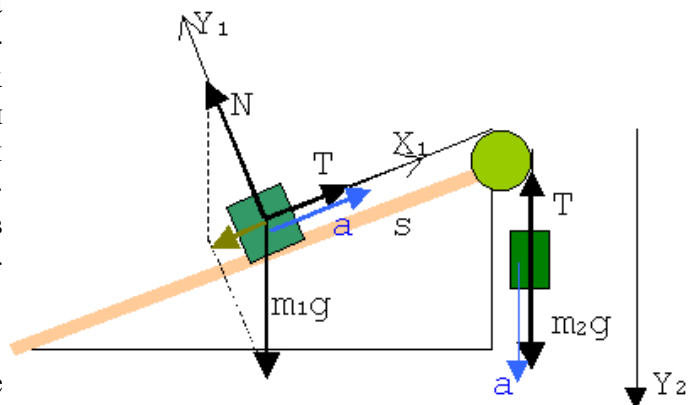
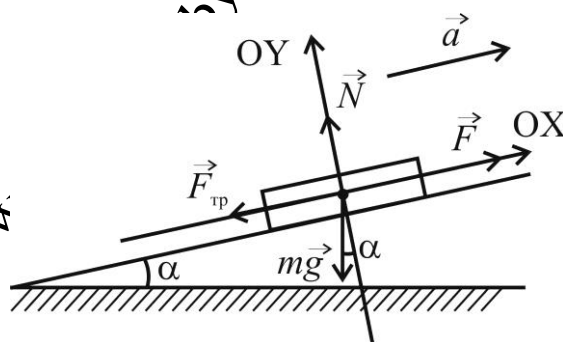
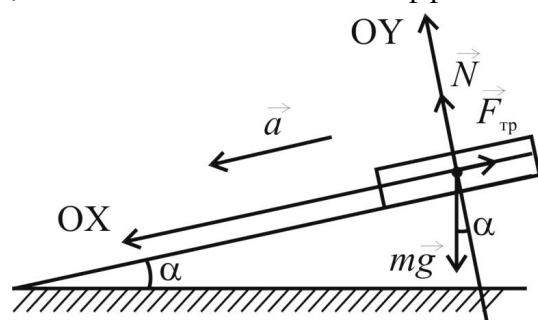
Сделайте предположение, что тело, висящее на нитке, движется вниз. Тогда тело, находящееся на наклонной плоскости, движется вверх по наклонной плоскости, а сила трения направлена вниз вдоль наклонной плоскости. Если при решении задачи окажется, что ускорение тел отрицательно, то изменим направление движения тел на противоположное. Также поменяем направление силы трения и решим новую систему уравнений.

ПРИМЕР. На вершине гладкой наклонной плоскости находится неподвижный блок, через который переброшена невесомая нить с двумя брусками массами 3 и 2 кг. Брусок массой 3 кг, лежащий на наклонной плоскости, начинает двигаться вверх без трения и за 2 с проходит путь в 2 м. Определите угол наклона.

Плоскость гладкая – трения нет. Сделаем рисунок (см. ниже) и укажем действующие на тела силы. Для каждого тела выберем свои оси координат. Для тела на наклонной плоскости ось OX вверх вдоль плоскости, ось OY перпендикулярно (как и во всех задачах выше). Для тела на нитке нужна одна ось – направим ее вертикально вниз. На тело на наклонной плоскости помимо силы тяжести и силы реакции опоры, действует сила натяжения нити. Второй закон Ньютона в проекции на ось OX для этого тела будет иметь следующий вид:

$$T - m_1 g \sin \alpha = m_1 a$$

Второй закон Ньютона в проекции на ось OY нам не



нужен, так как плоскость гладкая и трения нет. Для тела, висащего на нити, так же записываем второй закон Ньютона

$$m_2 g - T = m_2 a.$$

Так как в начальный момент времени система покоится, то пройденный телами путь будет равен $S = \frac{at^2}{2}$. А теперь, как и почти во всех задачах на движение связанных тел, нам надо решить систему из трех уравнений. Складываем два первых уравнения (чтобы исключить силу натяжения нити), а из третьего сразу находим a . Получим

$$m_2 g - m_1 g \sin \alpha = a(m_1 + m_2), \quad a = \frac{2S}{t^2}$$

Из первого уравнения находим синус угла, подставляем в него выражение для ускорения.

$$\sin \alpha = \frac{m_2 g - a(m_1 + m_2)}{m_1 g} = \frac{m_2 g - \frac{2S}{t^2}(m_1 + m_2)}{m_1 g}$$

Подставляем величины в общее решение, вычисляем.

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 9,8 - 5}{3 \cdot 9,8} \approx 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Запомните! Если в условии задачи вам не дано численное значение угла наклона плоскости к горизонту, то значение синуса и косинуса этого угла вы должны будете найти через определение синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника. То есть ищите стороны наклонной плоскости и потом вычисляйте синус и косинус.

Тест 2.10.01.

1. Тело соскальзывает с гладкой наклонной плоскости с ускорением 2 м/с^2 . Высота наклонной плоскости 18 м . Найдите длину ее ската.

1. 60 2. 120 3. 90 4. 100

2. Ледяная гора длиной 18 м составляет с горизонтом угол 30° . По горе скатывается мальчик на санках. Чему равна сила трения при скатывании санок, если спуск с горы продолжается 3 с ? Масса мальчика вместе с санками 60 кг . $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 60 2. 90 3. 80 4. 110

3. Тело равномерно скользит по наклонной плоскости. Чему равен котангенс угла наклона плоскости к горизонту, если коэффициент трения тела о плоскость $0,2$?

1. 4 2. 10 3. 2 4. 5

4. Тело соскальзывает с наклонной плоскости высотой 3 м и длиной 5 м . Чему равно его ускорение, если коэффициент трения $0,5$? $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 1 2. 2 3. 2 4. 4

5. С вершины наклонной плоскости высотой 5 м и углом наклона к горизонту 45° начинает соскальзывать тело. Определите скорость тела в конце спуска. $\mu = 0,19$. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 3 2. 9 3. 6 4. 12

6. Телу толчком сообщили скорость 3 м/с , направленную вверх вдоль наклонной плоскости. Найдите время (в мс) движения тела вверх до остановки, если синус угла наклона плоскости к горизонту $0,6$, а коэффициент трения $0,25$.

1. 375 2. 415 3. 400 4. 500

7. Маленький брусок находится на вершине наклонной плоскости длиной 26 м и высотой 10 м . Коэффициент трения между бруском и плоско-

стью $0,45$. Какую минимальную скорость надо сообщить бруску, чтобы он достиг основания плоскости? $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 7 2. 4 3. 6 4. 10

8. Вверх по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 45° пущена шайба. Через некоторое время она останавливается и соскальзывает вниз. Коэффициент трения шайбы о плоскость $0,8$. Во сколько раз время спуска шайбы больше времени подъема?

1. 3 2. 5 3. 4 4. 6

9. Груз массой 9 кг поднимают равномерно по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту, прикладывая силу, направленную параллельно наклонной плоскости. Найдите величину этой силы, если коэффициент трения равен $\sqrt{3}/9$.

1. 45 2. 66 3. 60 4. 75

10. На наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м находится груз массой 50 кг . Какую силу, направленную вдоль плоскости, надо приложить к грузу, чтобы втаскивать его с ускорением 1 м/с^2 ? Коэффициент трения $0,2$. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. 400 2. 430 3. 410 4. 500

11. Два тела связаны невесомой нитью, перекинутой через блок, закрепленный на вершине гладкой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30° . Масса тела, находящегося на наклонной плоскости, равна 1 кг , а масса свешивающегося тела — 4 кг . Определить модуль ускорения тел.

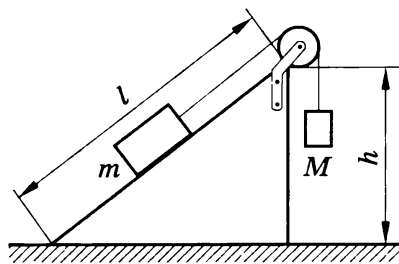
1. 3 2. 5 3. 7 4. 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	1	4	3	2	1	2	1	3	2	3

Тест 2.10.02.

1. На наклонной плоскости длиной 13 м и высотой 5 м лежит груз массой 26 кг. Коэффициент трения равен 0,5. Какую силу (в Н) надо приложить к грузу вдоль плоскости, чтобы равномерно втащить груз? чтобы равномерно стащить груз?
2. На наклонной плоскости длиной 50 см и высотой 10 см покоится брусок массой 2 кг. При помощи динамометра, расположенного параллельно плоскости, брусок сначала равномерно втащили вверх по наклонной плоскости, а затем равномерно стащили вниз. Найти разность показаний динамометра.
3. Какую начальную скорость надо сообщить телу вверх вдоль наклонной плоскости, чтобы оно достигло ее вершины? Высота наклонной плоскости 6 м, ее длина 10 м, а коэффициент трения 0,5.
4. Телу толчком сообщили скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости 3 м, ее длина 5 м, коэффициент трения 0,6. Во сколько раз величина ускорения при движении тела вверх больше, чем при движении вниз?
5. Определить массу тела, если известно, что для равномерного подъема его вверх по наклонной плоскости с углом наклона α к нему надо приложить силу F , параллельную этой плоскости, а если тело толкнуть вниз, оно будет двигаться с постоянной скоростью.

6. Найти силу трения (в Н), действующую на груз массой m (см. рис.), ускорение движения грузов и силу натяжения нити (в Н), если $h = 60$ см, $l = 1$ м, $m = 0,5$ кг, $\mu = 0,25$, $M = 0,5$ кг.



7. Вверх по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 45° пущена шайба со скоростью 12 м/с. Через некоторое время она останавливается и соскальзывает вниз. С какой скоростью она вернется в исходную точку? Коэффициент трения шайбы о плоскость 0,8.
8. Тело находится на вершине наклонной плоскости, длина основания и высота которой равны 6 м. За сколько секунд тело соскользнет к основанию плоскости, если предельный наклон, при котором тело находится на этой плоскости в покое, имеет место при высоте плоскости 2,4 м и прежней длине основания 6 м?

1	2	3	4	5	6	7	8
220	8	14	9	$m = \frac{F}{2g \sin \alpha}$	1,05; 1,35; 4,2	4	2

2.11. Различные задачи по динамике (для продвинутых)

ТРЕУГОЛЬНИК СИЛ

ПРИМЕР. Какой угол (в градусах) с вертикалью составляет нить с грузом, подвешенным на тележке, которая движется в горизонтальном направлении с ускорением 10 м/с^2 ?

Сначала решим задачу классическим способом. На груз действуют две силы: сила тяжести и сила натяжения нити, направленная вдоль нити. Выбрав одну из осей горизонтально (вдоль ускорения), а вторую – вертикально вверх, запишем уравнение движения в проекции на эти оси

$$\begin{aligned} OX: T \sin \alpha &= ma & \Rightarrow & T \sin \alpha = ma \\ OY: T \cos \alpha - mg &= 0 & \Rightarrow & T \cos \alpha = mg \end{aligned}$$

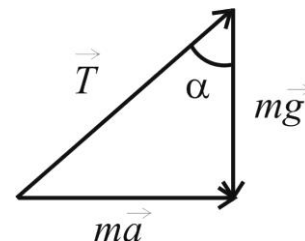
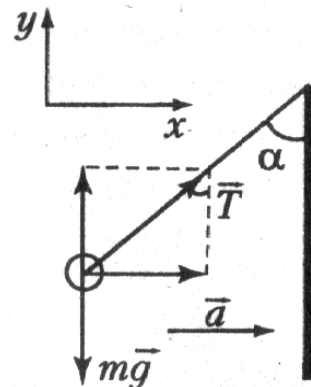
Исключив из этих уравнений силу T (разделим первое уравнение на второе), получим

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1, \text{ то есть } \alpha = 45^\circ.$$

Альтернативный способ решения. На мой взгляд, более простой и удобный. К сожалению, его можно применять только к малому количеству задач по динамике. Из сил, действующих на тело, и ma можно сделать треугольник. Угол α будет равен углу между вертикалью и нитью. Из треугольника сил найдем $\operatorname{tg} \alpha$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}.$$

Получаем ответ, аналогичный предыдущему решению.

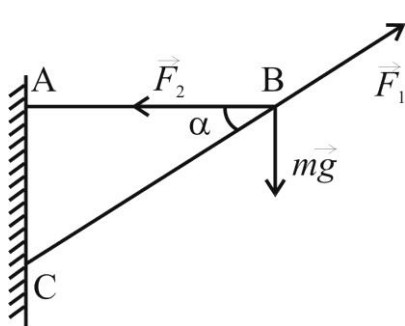


ПРИМЕР. В вагоне, движущемся с постоянным ускорением $2,5 \text{ м/с}^2$ по прямолинейному горизонтальному участку дороги, на легкой и нерастяжимой нити висит шар массой $0,35 \text{ кг}$. Определите силу упругости нити и угол ее отклонения от вертикали.

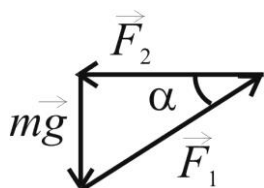
Из треугольника сил получим (рисунок к данной задаче будет таким же, как и к предыдущей)

$$T = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2} = m\sqrt{(a)^2 + (g)^2} = 0,35\sqrt{2,5^2 + 10^2} \text{ Н} = 3,6 \text{ Н}.$$

ПРИМЕР. Найти силы, действующие на стержень BC, если $\alpha = 30^\circ$, а масса лампы 3 кг .



Вся система находится в покое, следовательно, сумма всех сил, действующих на тело на нитке, будет равна нулю. Рассмотрим силы, приложенные к точке В. На нее действуют сила тяжести со стороны груза mg , и две силы со стороны стержней. **Следующие рассуждения очень важные!!!** Стержень BC однозначно сжимается под действием силы тяжести груза. Следовательно, в нем возникнет сила упругости, которая хочет его разжать (см. первый рисунок слева; сила F_1). Чтобы вся система находилась в состоянии покоя должна существовать третья сила, которая скомпенсирует две имеющиеся силы. Следовательно, стержень АВ растягивается и в нем возникает сила упругости, которая хочет его сжать (сила F_2). Иначе сумма всех сил не будет равна нулю и тело не будет в состоянии покоя. Теперь нарисуем треугольник сил (второй рисунок слева), откуда найдем F_1 :



$$\sin \alpha = \frac{mg}{F_1} \Rightarrow F_1 = \frac{mg}{\sin \alpha}$$

Как понять, что в задаче можно применить данный метод?

1. В задаче на тело будет действовать три силы и тело будет находиться в покое (или движется равномерно).
2. На тело действуют две силы и тело движется ускоренно.

При этом обязательно треугольник сил будет прямоугольным!

ТРЕНИЕ И СИЛА ПОД УГЛОМ

Мы уже разбирали данный тип задач в теме «Сила трения». Однако не будет лишним повторить эту тему еще раз.

ПРИМЕР. Человек везет двое связанных саней, прикладывая силу под углом 30° к горизонту. Найдите эту силу, если известно, что сани движутся равномерно. Массы саней по 40 кг . $\mu = 0,3$.

Так как двое саней движутся как одно целое, можно записать 2-ой закон Ньютона для системы двух саней, учитывая только внешние для этой системы силы. Второй закон Ньютона в проекциях на оси:

$$\begin{aligned} \text{OX: } F \cos \alpha - F_{\text{тр}} &= 0 \\ \text{OY: } F \sin \alpha + N - mg &= 0 \end{aligned}$$

где F – сила тяги, $m = 80 \text{ кг}$ – суммарная масса саней, $F_{\text{тр}}$ – суммарная сила трения и N – суммарная нормальная реакция горизонтальной опоры. Так как коэффициент трения у саней одинаковый, $F_{\text{тр}}$ и N связаны соотношением

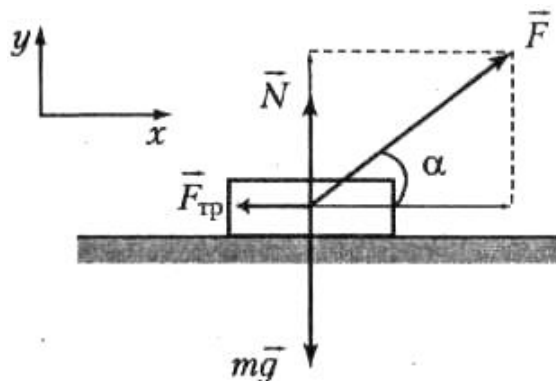
$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Обратите внимание: хотя движение происходит по горизонтальной поверхности, реакция опоры N не равна mg .

Из этих трех уравнений выражаем силу тяги (сделайте это самостоятельно)

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = 240 \text{ Н}.$$

Помните, что сила тяги в принципе есть не что иное, как сила упругости нити, которую можно записать из закона Гука как $F = kx$.



СВЯЗАННЫЕ ТЕЛА

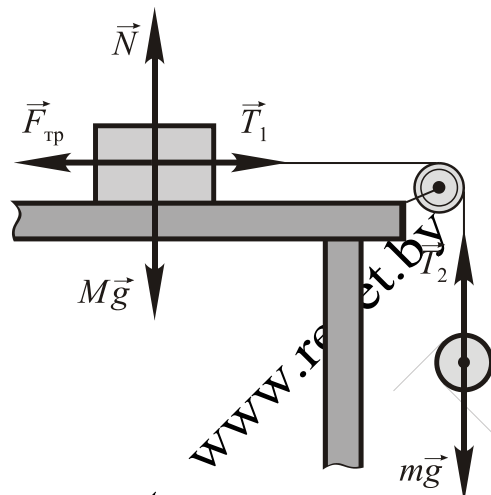
ПРИМЕР. Брусок массой M , лежащий на горизонтальном столе, и гиря массой t связаны нитью, перекинутой через блок. При каком отношении масс M/t брусок и гиря будут двигаться равномерно? Коэффициент трения скольжения бруска по поверхности стола равен $0,25$.

Брусок и гиря будут двигаться равномерно, если равнодействующая всех сил, действующих на каждое из этих тел, будет равна нулю, то есть если будет равна нулю алгебраическая сумма проекций на любую ось всех сил, действующих на каждое из этих тел. На брусок действуют сила тяжести Mg , сила натяжения T_1 , сила реакции опоры N и сила трения $F_{тр}$. На гирю действуют сила тяжести mg и сила натяжения нити T_2 . Считая нить, связывающую тела, невесомой и нерастяжимой, можно записать: $T_1 = T_2 = T$. Тогда из второго закона Ньютона следует (ускорение тел равно нулю!):

$$F_{тр} - T = 0, \quad N - Mg = 0 \quad \text{и} \quad T - mg = 0.$$

Кроме того мы помним, что $F_{тр} = \mu N = \mu Mg$. Из этих уравнений получаем

$$\frac{M}{t} = \frac{1}{\mu} = 4,0.$$



ПАДЕНИЕ ТЕЛА И СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

ПРИМЕР. Тело массой 1 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 40 м/с, достигло высшей точки подъема через $2,5$ с. Найдите среднее значение силы сопротивления воздуха, действующей на тело.

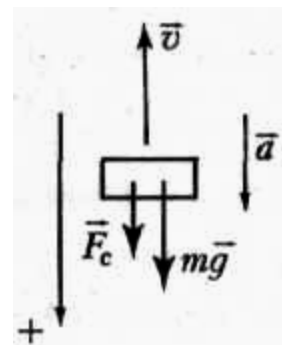
Изобразим на рисунке силы, действующие на тело, его ускорение и запишем 2-ой закон Ньютона в векторном виде. Этот этап решения (векторная запись второго закона Ньютона) не является обязательным. Запишем Второй закон Ньютона

$$mg + F_c = ma.$$

Важно понять, что ускорение, с которым движется тело, отличается от ускорения свободного падения, так как на тело кроме силы тяжести действует еще и сила сопротивления воздуха!!!

Ускорения найдем из кинематики, записав условие обращения скорости в ноль в верхней точке: $0 = v_0 - at$. Заметим, что при записи кинематических уравнений мы не обязаны использовать те же оси, что для 2-го закона Ньютона. Получаем

$$F_c = m(a - g) = m \left(\frac{v_0}{t} - g \right) = 6 \text{ Н.}$$



ТЕЛО ПРИЖАТОЕ К СТЕНЕ

Если тело прижимают к стене, то сила реакции опоры (стены) будет зависеть только от силы, с которой мы прижимаем тело и от угла между этой силой и вертикалью.

ПРИМЕР. Тело массой t прижимают с силой F к вертикальной стене. Угол между направлением силы и вертикалью α . Коэффициент трения между стеной и телом μ . С каким ускорением тело поднимается вверх?

На тело действуют четыре силы – сила, с которой прижимаем, тяжести, трения и сила реакции опоры (стены). Второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось примет вид

$$N - F \sin \alpha = 0$$

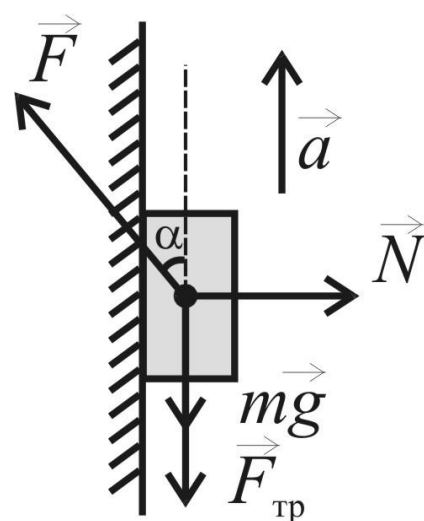
На вертикальную ось

$$F \cos \alpha - mg - F_{тр} = ma,$$

Так как $N = F \sin \alpha$, то сила трения будет равна $F_{тр} = \mu N = \mu F \sin \alpha$. Следовательно

$$a = \frac{F \cos \alpha - mg - \mu F \sin \alpha}{m}.$$

Учтите, что в задачах такого типа тело может как подниматься вверх, так и опускаться вниз. Все зависит от данных задачи.

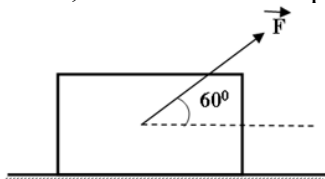


Тест 2.11.01.

1. Брусок массой 2,8 кг перемещают вверх вдоль вертикальной стены с помощью силы, равной 70 Н и направленной под углом α к вертикали. Найдите ускорение бруска, если известно, что $\sin \alpha = 0,6$, а коэффициент трения между стеной и бруском 0,4.

1. 2 2. 4 3. 3 4. 5

2. На покоящееся тело массой 2,34 кг, лежащее на горизонтальной поверхности, коэффициент трения о которую 0,1, начинает действовать внешняя сила, изменяющиеся с течением времени по закону: $F = kt$, где $k = 2$ Н/с. В течение какого промежутка времени тело будет находиться в покое, если сила действует так, как показано на рисунке?



1. 1,17 с 2. 2,82 с 3. 2 с 4. 1,3 с 5. 0,13 с

3. На тело массой 2 кг, находящееся на гладком горизонтальном столе, действует сила 30 Н, направленная вверх под углом 30° к горизонту. С какой силой тело давит на стол?

1. 5 2. 7 3. 6 4. 8

4. Тело массой 10 кг передвигают вдоль гладкой горизонтальной поверхности, действуя на него силой 40 Н под углом 60° к горизонту. Найдите ускорение тела.

1. 1 2. 2 3. 3 4. 5

5. Брусок перемещают вверх вдоль вертикальной стены, прикладывая к нему силу, направленную под некоторым углом к вертикали. Найдите этот угол (в градусах), если известно, что сила нормального давления бруска на стену вдвое меньше приложенной силы.

1. 30 2. 45 3. 60 4. 15

6. Тело массой 0,5 кг, падая без начальной скорости с высоты 9 м, приобрело вблизи поверхности земли скорость 12 м/с. Найдите среднюю силу сопротивления воздуха. $g = 10$ м/с².

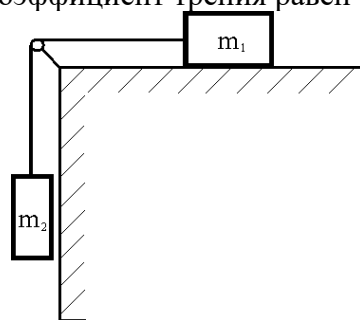
1. 1 2. 3 3. 2 4. 4

7. На падающее из состояния покоя с высоты 25 м в воздухе тело массой 400 г действовала сила сопротивления 2 Н. Определите скорость тела в конце падения:

1. 18 2. 20 3. 25 4. 15,8

8. Определите ускорение при движении системы

тел, изображенных на рисунке, если $m_1 = 180$ г, $m_2 = 120$ г. Коэффициент трения равен 0,3.



1. 1,55 2. 1,82 3. 2,0 4. 2,2.

9. Груз массой 6 кг тянут по горизонтальной поверхности, прикладывая силу 16 Н, направленную вверх под углом 60° к направлению скорости. Груз движется с ускорением 1,2 м/с². Определите коэффициент трения.

1. 0,45 2. 0,5 3. 0,55 4. 0,017

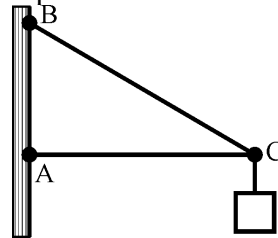
10. К вертикальной стене горизонтальной силой 20 Н прижимается брусок массой 2 кг. Найти модуль вертикальной направленной силы, под действием которой брусок будет скользить вниз с ускорением 1 м/с² при коэффициенте трения, равном 0,1.

1. 14 Н 2. 16 Н 3. 18 Н 4. 20 Н.

11. Нить с грузом подвешена на тележке, которая движется с ускорением 2,25 м/с². Найдите силу натяжения нити после того как она займет устойчивое наклонное положение. Масса груза 4 кг.

1. 31 Н 2. 36 Н 3. 41 Н 4. 46 Н.

12. К концу стержня AC длиной 2 м, укрепленного шарнирно одним концом к стене, а с другого конца поддерживаемого тросом BC длиной 2,5 м, подвешен груз массой 120 кг. Найдите силу, действующую на стержень.



1. 1200 Н 2. 1600 Н 3. 2000 Н 4. 2400 Н

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	2	1	1	4	4	4	2
11	12								
3	2								

Тест 2.11.02.

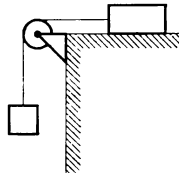
1. Спортсмен массой 65 кг, прыгая с десятиметровой вышки, входит в воду со скоростью 13 м/с. Найдите среднюю силу сопротивления воздуха/

2. С высоты 25 м предмет падал в течение 2,5 с. Какую часть составляет средняя сила сопротивления воздуха от силы тяжести?

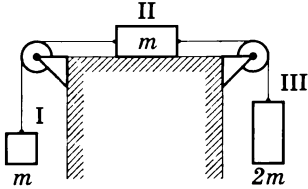
6. Тело брошено вертикально вверх и достигло высшей точки подъема через 2,5 с. Каким было среднее значение силы сопротивления воздуха при подъеме тела, если начальная скорость его 30 м/с, а масса 40 г?

7. Тело массой 10 кг тянут по горизонтальной поверхности силой 50 Н, направленной под углом

3. Брусок массой 400 г под действием груза массой 100 г проходит из состояния покоя путь 80 см за 2 с. Найти коэффициент трения.



4. С каким ускорением (в м/с^2) движется система, изображенная на рисунке, если $m = 1$ кг и коэффициент трения $\mu = 0,2$? Какова сила натяжения нити (в Н) связывающей тела I и II, и сила натяжения нити, связывающей тела II и III?

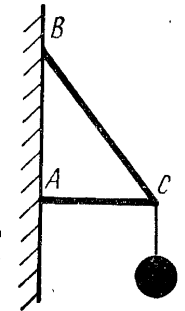


5. Коэффициент трения ящика массой 100 кг о пол 0,2. Ящик тянут за веревку, образующую угол 30° с горизонтом. Какую силу надо прикладывать, чтобы ящик двигался равномерно?

30° к горизонту. Ускорение тела $3,5 \text{ м/с}^2$. Найдите коэффициент трения.

8. К концу стержня AC длиной 2 м, прикрепленного шарнирно одним концом к стене, а с другого конца, поддерживаемого тросом BC длиной 2,5 м, подвешен груз массой 120 кг. Найдите силы, (в Н) действующие на трос и стержень.

9. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон резко тормозит, и его скорость за 1 секунду уменьшается от 54 км/ч до 18 км/ч. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?



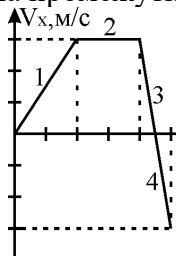
1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0,2	0,2	2; 12; 16	200	0,08	0,11	2000; 1560	45

Итоговый тест 1 по разделу «Динамика»

1. Силы 6 и 8 Н приложены к одной точке и взаимно перпендикулярны. Определите модуль результирующей силы.

- | | |
|----------|----------|
| 1. 2 Н; | 2. 7 Н; |
| 3. 10 Н; | 4. 14 Н. |

2. На рисунке изображен график зависимости скорости движения тела от времени. Тело движется прямолинейно вдоль оси Ox . Векторная сумма сил равна нулю на промежутке:



- | | |
|------|------|
| 1. 1 | 2. 3 |
| 3. 2 | 4. 4 |

3. С каким ускорением будет двигаться тело массой 3 кг под действием результирующей силы 6 Н?

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1. $0,5 \text{ м/с}^2$; | 2. 2 м/с ; |
| 3. 2 м/с^2 ; | 4. 18 м/с^2 . |

4. Веревка выдерживает груз массой 80 кг при вертикальном подъеме с некоторым ускорением и груз массой 120 кг при движении вниз с таким же ускорением. Груз какой максимальной массы можно поднимать с помощью этой веревки с постоянной скоростью?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 80 | 2. 104 |
| 3. 120 | 4. 96 |

5. Под воздействием какой силы тело массой 2 кг движется прямолинейно так, что зависимость его проекции скорости от времени в единицах СИ определяется уравнением $v_x = 3 + 4t$ (м/с)?

6. Во сколько раз изменится сила гравитационного взаимодействия между двумя шарами при увеличении расстояния между их центрами в 2 раза?

- | | |
|-----------------------|-------------------|
| 1. Уменьшится в 4 | 3. не изменится; |
| 2. уменьшится в 2 ра- | 4. увеличится в 4 |

7. Шайба массой m движется прямолинейно равномерно по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Определите результирующую силу, действующую на шайбу.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. 0; | 2. mg ; |
| 3. $mg \sin \alpha$; | 4. $mg \cos \alpha$. |

8. Шарик, подвешенный на нити, движется с постоянной по модулю скоростью по окружности в горизонтальной плоскости. Как направлена результирующая всех сил, действующих на шарик?

- | |
|---------------------------------------|
| 1. Вдоль радиуса к центру окружности; |
| 2. вертикально; |
| 3. вдоль нити; |
| 4. вдоль касательной к окружности. |

9. Тело массой 0,50 кг движется по окружности радиусом 10 м с угловой скоростью 2,0 рад/с. Определите результирующую силу, действующую на тело.

- | | |
|------------|----------|
| 1. 0,20 Н; | 2. 10 Н; |
| 3. 13 Н; | 4. 20 Н. |

10. Под воздействием какой силы тело массой 3,0 кг движется прямолинейно так, что зависимость его координаты от времени в единицах СИ описывается уравнением $x = 5 + 4t + 2t^2$?

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 1,3 Н; | 2. 3,0 Н; |
| 3. 12 Н; | 4. 6,0 Н. |

11. По наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 30° , скользит шайба массой $0,1 \text{ кг}$ с ускорением 2 м/с^2 . Определите силу трения, действующую на шайбу.

1. $0,3 \text{ Н}$; 2. $0,5 \text{ Н}$;
3. $0,6 \text{ Н}$; 4. $0,8 \text{ Н}$.

12. Брусок массой 20 кг тянут равномерно по доске с помощью пружины жесткостью 1000 Н/м . Коэффициент трения $0,3$. Удлинение пружины равно:

1. $0,059 \text{ м}$ 2. $0,6 \text{ см}$
3. 3 см 4. $1,5 \text{ см}$

13. На какой высоте от поверхности Земли ускорение свободного падения меньше в четыре раза, чем у ее поверхности? Радиус Земли 6400 км .

1. 6400 км ; 2. 1600 км ;
3. 3200 км ; 4. 4800 км .

14. На наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м находится груз массой 50 кг . Какую силу, направленную вдоль плоскости, надо приложить к грузу, чтобы втаскивать его с ускорением 1 м/с^2 ? Коэффициент трения $0,2$. $g=10 \text{ м/с}^2$.

1. 350 2. 480
3. 380 4. 430

15. По наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° , скользит шайба с ускорением 2 м/с^2 . Определите коэффициент трения скольжения шайбы по наклонной плоскости.

1. $0,2$ 2. $0,7$
3. $0,6$ 4. $0,4$

16. Радиус некоторой планеты в $6,0$ раз больше радиуса Земли, а ее плотность в $1,2$ раза меньше плотности Земли. Определите ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты.

1. $1,6 \text{ м/с}^2$; 2. $7,2 \text{ м/с}^2$;
3. 50 м/с^2 ; 4. 60 м/с^2 .

17. Координаты тела массой 3 кг , движущегося в плоскости, описываются уравнениями $x = 2 + 3t + 3t^2$ и $y = 1 - 2t + 4t^2$, (x и y – в м). Определите модуль силы, действующей на тело.

1. 15 Н ; 2. 30 Н ;
3. 9 Н ; 4. 42 Н .

18. Шайба массой $0,10 \text{ кг}$ скользит по наклонной

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
3	3	4	4	1	1	1	4	3	1	1	1	4	2	3	2	3	2	4	2	2	2	2

Итоговый тест 1 по разделу «Динамика»

1. Какие из величин (скорость, сила, ускорение, перемещение) при механическом движении всегда совпадают по направлению? 1. сила и ускорение; 2. сила и скорость; 3. сила и перемещение; 4. ускорение и перемещение.

2. Закон всемирного тяготения позволяет рассчитать силу взаимодействия двух тел, если: 1) тела являются телами Солнечной системы; 2. массы тел одинаковы; 3. известны массы тел и расстояние между их центрами; 4. известны массы тел и рас-

стояние между ними, которое много больше размеров тел.

1. $0,92 \text{ Н}$; 2. $0,30 \text{ Н}$;
3. $0,85 \text{ Н}$; 4. $9,8 \text{ Н}$.

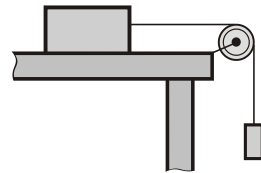
19. Во сколько раз ускорение одного шара больше ускорения другого шара при их столкновении, если отношение их радиусов равно $2,0$, а отношение плотностей материалов, из которых они изготовлены, составляет $0,25$?

1. $2,0$; 2. $0,50$;
3. $0,25$; 4. $1,0$.

20. Масса и радиус планеты больше соответственно в 10 и $5,0$ раз массы и радиуса Земли. Какова высота подъема шарика на планете, если он подброшен вверх со скоростью 40 м/с ?

1. 150 м ; 2. 300 м ;
3. 400 м ; 4. 200 м .

21. Тело массой 10 кг расположено на горизонтальной поверхности стола и связано с телом массой $5,0 \text{ кг}$ нитью, переброшенной через блок. Определите силу упругости нити, если коэффициент трения скольжения тела по столу $0,2$.



1. 50 Н ; 2. 40 Н ;
3. 27 Н ; 4. 20 Н .

22. Автомобиль массой 1000 кг едет по выпуклому мосту с радиусом кривизны 200 м со скоростью 72 км/ч . Сила давления автомобиля на мост в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет 45° с вертикалью, равна:

1. 7 кН 2. 5 кН
3. 2 кН 4. 10 кН

23. Радиус Земли равен 6400 км . На каком расстоянии от поверхности Земли сила притяжения космического корабля к ней станет в 9 раз меньше, чем на поверхности Земли?

1. 6400 км 2. 12800 км
3. 9600 км 4. 19200 км

этого тела? **1.** парабола; **2.** окружность; **3.** прямая; **4.** эллипс.

5. В инерциальной системе отсчета F сообщает телу массой m ускорение a . Как изменится ускорение тела, если массу тела и действующую на него силу уменьшить в 2 раза?

1. увеличится в 4 раза; **2.** уменьшится в 4 раза; **3.** уменьшится в 8 раз; **4.** не изменится.

6. после открытия парашюта парашютист под действием силы тяжести и силы сопротивления воздуха двигался вниз с ускорением, направленным вверх. Как станет двигаться парашютист, когда при достижении некоторого значения скорости равнодействующая силы тяжести и силы сопротивления воздуха окажется равной нулю? **1.** равномерно и прямолинейно вверх; **2.** равномерно и прямолинейно вниз; **3.** с ускорением свободного падения вниз; **4.** будет неподвижным.

7. Вес тела: **1.** свойство тела; **2.** физическая величина; **3.** физическое явление.

8. Третий закон Ньютона описывает: **1.** действие одного тела на другое; **2.** действие одной материальной точки на другую; **3.** взаимодействие двух материальных точек.

9. Локомотив сцеплен с вагоном. Сила, с которой локомотив действует на вагон, равна силам, препятствующим движению вагона. Другие силы на движение вагона не влияют. Систему отсчета, связанную с Землей, считайте инерциальной. В этом случае: **1.** вагон может только покоиться; **2.** вагон может только двигаться с постоянной скоростью; **3.** вагон движется с постоянной скоростью или покоиться; **4.** вагон движется с ускорением.

10. Сила тяготения – это, сила обусловленная:

1. гравитационным взаимодействием; **2.** электромагнитным взаимодействием; **3.** и гравитационным, и электромагнитным взаимодействием.

11. При действии силы в 8Н тело движется с ускорением 4 м/с^2 . Чему равна его масса?

1. 32 кг; **2.** 0,5кг; **3.** 2 кг; **4.** 20кг.

12. Сила тяги ракетного двигателя первой отечественной экспериментальной ракеты на жидком топливе равнялась 660Н. Стартовая масса ракеты была равна 30кг. Какое ускорение приобретала ракета во время старта?

1. 22 м/с^2 ; **2.** 45 м/с^2 ; **3.** $0,1\text{ м/с}^2$; **4.** 19800 м/с^2 .

13. Скорость лыжника при равноускоренном спуске с горы за 4с увеличилась на 6м/с. Масса лыжника 60кг. Равнодействующая всех сил, действующих на лыжника, равна

1. 20 Н; **2.** 30 Н; **3.** 60 Н; **4.** 90 Н.

14. Материальная точка массой 1кг движется под

действием двух взаимно перпендикулярных сил 8Н и 6Н. Ускорение точки равно:

1. 2; **2.** 3,7; **3.** 10; **4.** 14.

15. Вдоль границ соприкосновения тел направлены силы: **1.** упругости; **2.** тяготения; **3.** и сухого, и вязкого трения.

16. Сила упругости направлена:

1. против смещения частиц при деформации; **2.** по направлению смещения частиц при деформации; **3.** о ее направлении нельзя ничего сказать.

17. Как изменяются масса и вес тела при его перемещении с экватора на полюс Земли? **1.** масса и вес тела не изменяются; **2.** масса тела не изменяется, вес увеличивается; **3.** масса тела не изменяется, вес уменьшается; **4.** масса и вес тела уменьшаются.

18. Космический корабль после выключения ракетных двигателей движется вертикально вверх, достигает верхней точки траектории и затем движется вниз. На каком участке траектории в корабле наблюдается состояние невесомости? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

1. только во время движения вверх; **2.** только во время движения вниз; **3.** только в момент достижения верхней точки траектории; **4.** во время всего полета с неработающими двигателями.

19. Космонавт на Земле притягивается к ней с силой 700Н. С какой силой он будет притягиваться к Марсу, находясь на его поверхности, если радиус Марса в 2 раза, а масса – в 10 раз меньше, чем у Земли?

1. 70; **2.** 140; **3.** 210; **4.** 280.

20. Под действием силы 3Н пружина удлинилась на 4 см, а под действием силы 6 Н удлинилась на 8 см. Чему равен модуль силы, под действием которой удлинение пружины составило 6 см?

1. 3,5Н; **2.** 4Н; **3.** 4,5 Н; **4.** 5Н.

21. При скольжении бруска массой 5кг по горизонтальной поверхности сила трения равна 10Н. Чему равен коэффициент трения скольжения для этой пары тел?

1. 0,5; **2.** 0,2; **3.** 2; **4.** 5.

22. Автомобиль массой 1000кг едет по выпуклому мосту с радиусом кривизны 40м. какую скорость должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы пассажиры в этой точке почувствовали состояние невесомости?

1. 0,05; **2.** 20; **3.** 25; **4.** 400.

23. Расстояние между центрами двух шаров равно 1 м, масса каждого шара 1 кг. Сила всемирного тяготения между ними примерно равна

1. 1Н; **2.** 0,001Н; **3.** $7 \cdot 10^{-5}\text{ Н}$; **4.** $7 \cdot 10^{-11}\text{ Н}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	4	3	3	4	2	2	3	3	1	3	1	4	3	3	1	2	4	4	3	2	2	4