

# Раздел 03

## «Закон сохранения импульса»

### Содержание

3.01. Импульс тела

3.02. Импульс силы

3.03. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

### 3.01. Импульс тела

**Импульсом** тела (количеством движения) называют физическую векторную величину, являющуюся количественной характеристикой поступательного движения тела. Импульс обозначается  $p$ . Импульс тела равен произведению массы тела на его скорость:  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

Направление вектора импульса  $\vec{p}$  совпадает с направлением вектора скорости тела (направлен по касательной к траектории при криволинейном движении). Единица измерения импульса – кг·м/с.

Импульс **СИСТЕМЫ ТЕЛ** равен векторной сумме импульсов всех тел системы:

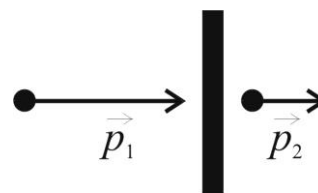
$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

<p>Если тела движутся в одном направлении, то суммарный импульс системы равен сумме импульсов: <math>p = p_1 + p_2</math>.</p>	
<p>Если в противоположных направлениях, то разности импульсов: <math>p =  p_1 - p_2 </math>.</p>	
<p>Если под прямым углом друг к другу, то суммарный импульс находим по теореме Пифагора: <math>p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}</math></p>	
<p>Если под произвольным углом, то по теореме косинусов: <math>p^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \alpha</math>, где <math>\alpha</math> – угол между направлениями векторов скоростей.</p>	

Изменение **импульса тела** находится как разность между конечным и начальным импульсом тела:  $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ , где  $\vec{p}_1$  – импульс тела в начальный момент времени,  $\vec{p}_2$  – в конечный.

**Не путайте изменение импульса одного тела с суммарным импульсом системы тел!!!!!!!**  
 В первых примерах  $p_1$  и  $p_2$  – импульсы **разных тел** в один и тот же момент времени. Сейчас же  $p_1$  и  $p_2$  – импульс **одного и того же тела** в начальный ( $p_1$ ) и конечный ( $p_2$ ) моменты времени.

Например, найдем изменение импульса пули массой 10 грамм, которая до того, как пробила стенку, имела скорость 300 м/с, а после – 100 м/с. Изменение импульса пули будет равно:  $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ . Так как начальная и конечная скорости пули имеют одинаковое направление, а так же учитывая то, что скорость пули уменьшилась, изменение импульса будет отрицательной величиной и равно



$$\Delta p = p_2 - p_1 = 0,01 \cdot 100 - 0,01 \cdot 300 = -2 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Не надо пугаться отрицательного значения. Просто импульс пули уменьшился при прохождении стены.

Если же пуля не сможет пробить стенку, а застрянет в ней, то ее конечный импульс будет равен нулю. Следовательно, изменение импульса будет равно  $\Delta p = p_2 - p_1 = 0 - 0,01 \cdot 300 = -3 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ , то есть импульс пули в обоих случаях уменьшается.

Если же после удара о стенку пуля **отскакивает в противоположном направлении**, то ее конечный импульс станет отрицательным, следовательно:  $\Delta p = p_2 - p_1 = -0,01 \cdot 100 - 0,01 \cdot 300 = -4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

И опять не боимся отрицательности. Положительным у нас было начальное направление полета пули, поэтому изменение получилось отрицательным.

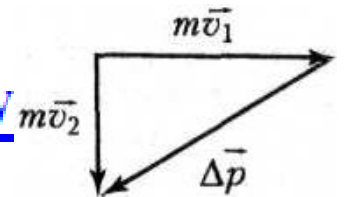
При решении задач на нахождение **изменения импульса тела** в случае, когда **скорость тела меняет свое направление на  $180^\circ$**  (как в случае с пулей, отскакивающей от стенки), обычно забывают про знаки проекций начального и конечного импульса и для нахождения **изменения импульса просто складывают модули начального и конечного импульса тела**.

**ПРИМЕР.** Тело массой 2 кг свободно падает без начальной скорости с высоты 5 м на горизонтальную поверхность и отскакивает от нее со скоростью 5 м/с. Найдите абсолютную величину изменения импульса тела при ударе.

Вот как раз этот случай. Начальная скорость тела направлена вертикально вниз, конечная – вертикально вверх. То есть начальное и конечное направление скорости тела противоположны и отличаются на  $180^\circ$ . Следовательно, для нахождения «величины изменения импульса» мы просто складываем модули начального и конечного импульса тела. Получаем:  $|\Delta \vec{p}| = m v_2 + m v_1 = m(v_2 + v_1)$ . Скорость отскока  $v_2$  нам дана по условию, скорость приземления мы найдем зная высоту, с которой падало тело  $v_1 = \sqrt{2gh}$ .

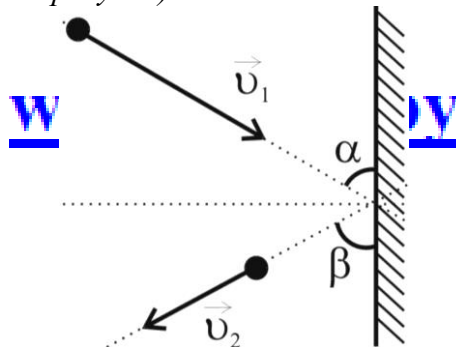
**ПРИМЕР.** Мячик массой 200 г летел со скоростью 20 м/с. После удара о стенку он отскочил под прямым углом к прежнему направлению со скоростью 15 м/с. Найдите модуль изменения импульса мячика при ударе.

Что мы делаем, когда видим в условии прямой угол? Правильно, вспоминаем теорему Пифагора. Вектор, соединяющий **конец вектора начальной скорости и конец вектора конечной скорости** будет являться вектором **изменения скорости**. Изобразив на рисунке начальный и конечный импульсы и вектор их



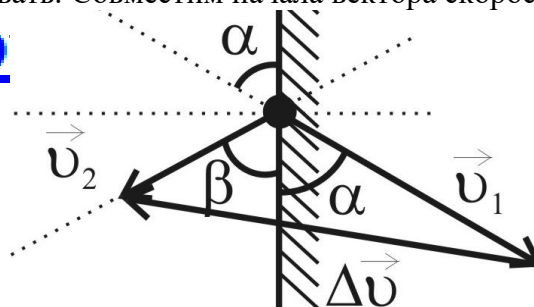
разности, получаем:  $|\Delta \vec{p}| = \sqrt{(m v_1)^2 + (m v_2)^2} = 5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$

**ПРИМЕР.** Пусть мячик летит со скоростью  $v_1$  под некоторым углом  $\alpha$  к стенке, а отскакивает со скоростью  $v_2$  под углом  $\beta$  к стене (см. рисунок). Необходимо найти изменение импульса мячика.



Во-первых, обратите внимание, что угол  $\alpha$  и угол  $\beta$  это углы между скоростью и стеной. Во-вторых, рисунок надо немного перерисовать. Совместим начала вектора скорости шарика до и после удара.

[www.repet.b](http://www.repet.b)



Вектор  $v_1$  показывает направление скорости шарика за мгновение **до** удара. Вектор  $v_2$  показывает направление скорости шарика через мгновение **после** удара. Вспомним, что  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ .



Вектор, соединяющий **конец вектора начальной скорости и конец вектора конечной скорости** будет являться вектором изменения скорости. Его легко найти, применив теорему косинусов

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(\alpha + \beta)}.$$

Следовательно, изменение импульса равно

$$\Delta p = m\Delta v = m\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(\alpha + \beta)}.$$

**ПРИМЕР.** При прямолинейном движении тела массой 2 кг зависимость его координаты от времени описывается формулой  $x = 1 + 2t + t^2$  (м). Определите изменение импульса тела при изменении его координаты от  $x_1 = 4$  м до  $x_2 = 9$  м.

Ну что, надо немного кинематику вспомнить. Чтобы найти изменение импульса тела, необходимо предварительно определить его скорость в точках с координатами  $x_1$  и  $x_2$ . Из зависимости  $x(t)$  следует, что проекции начальной скорости и ускорения равны соответственно

$$v_0 = 2 \text{ м/с и } a = 2 \text{ м/с}^2.$$

Тело имеет координату  $x_1 = 4$  м в момент времени  $t_1$ , значение которого можно найти из уравнения

$$4 = 1 + 2t_1 + t_1^2.$$

Его решение  $t_1 = 1$  с. Аналогично определяется момент времени  $t_2 = 2$  с, в который тело находилось в точке с координатой  $x_2 = 9$  м. Проекция скорости тела в эти моменты времени можно найти с помощью кинематического соотношения

$$v = v_0 + at: \quad v_1 = 4 \text{ м/с, } v_2 = 6 \text{ м/с.}$$

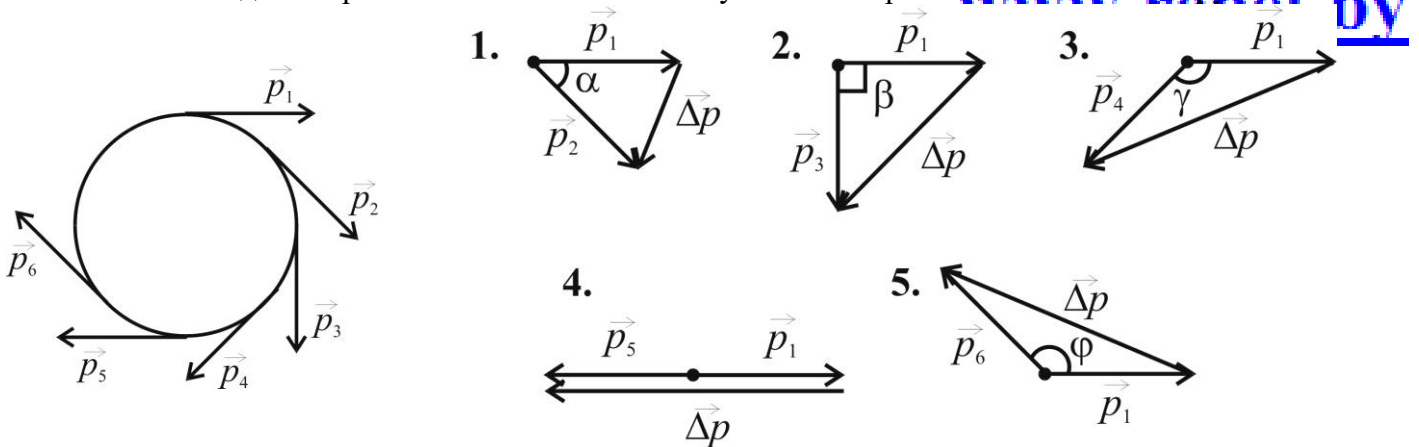
В результате для изменения импульса тела получаем

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m(v_2 - v_1) = 2(6 - 4) \text{ кг}\cdot\text{м/с} = 4 \text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

**Альтернативный способ решения.**

$$\Delta p = F(t_2 - t_1) = ma(t_2 - t_1).$$

Так же часто в задачах просят найти изменение импульса тела при его движении по окружности.



**Случай 1** (спустя  $T/8$ ). Угол  $\alpha$  равен  $45^\circ$ . **Случай 2** (спустя  $T/4$ ). Угол  $\beta$  равен  $90^\circ$ . **Случай 3** (спустя  $3T/8$ ). Угол  $\gamma$  равен  $135^\circ$ . **Случай 4** (спустя  $T/2$ ). Угол  $\alpha$  равен  $180^\circ$ . **Случай 5** (спустя  $5T/8$ ). Угол  $\alpha$  равен  $135^\circ$ . В случаях 1,3,5 используем теорему косинусов. Случай 4 есть не что иное, как аналогия упругого удара мяча о стенку.

А теперь поговорим немного о видах ударов.

**Абсолютно упругий удар** – абстрактная модель соударения, при которой не учитываются потери энергии на трение, деформацию и т. п. Никакие другие взаимодействия, кроме непосредственного контакта, не учитываются. При абсолютно упругом ударе о закрепленную поверхность скорость объекта после удара по модулю равна скорости объекта до удара, то есть величина импульса не меняется. Может меняться только его направление. При этом угол падения равен углу отражения.

**Абсолютно неупругий удар** – удар, в результате которого тела соединяются и продолжают дальнейшее свое движение как единое тело. Например, пластилиновый шарик при падении на любую поверхность полностью прекращает свое движение, при столкновении двух вагонов срабатывает автосцепка и они так же продолжают двигаться дальше вместе.

### Тест 3.01.02.

1. С какой скоростью (в м/с) должна лететь хоккейная шайба массой 160 г, чтобы ее импульс был равен импульсу пули массой 8 г, летящей со скоростью 600 м/с?
2. Поезд массой 2000 т, двигаясь прямолинейно, увеличил скорость от 36 до 72 км/ч. Найти изменение импульса поезда (в кг·м/с)
3. Шарик массой 100 г свободно упал на горизонтальную площадку с высоты 5 м. Найти изменение импульса шара (в кг·м/с) при абсолютно неупругом и абсолютно упругом ударах.
4. Движение материальной точки описывается уравнением  $x = 5 - 8t + 4t^2$ . Приняв ее массу равной 2 кг, найти импульс через 2 с и через 4 с после начала отсчета времени, а также силу (в Н), вызвавшую это изменение импульса.
5. Мяч массой 100 г, летевший со скоростью 20 м/с, ударился о горизонтальную плоскость. Угол падения (угол между направлением скорости и перпендикуляром к плоскости) равен  $60^\circ$ . Найти изменение импульса мяча, если удар абсолютно упругий, а угол отражения равен углу падения.
6. Материальная точка массой 1 кг равномерно движется по окружности со скоростью 10 м/с. Найти изменение импульса (в кг·м/с) за одну четверть периода; период.

7. Тело массой 2 кг двигалось по окружности, причем в некоторой точке оно имело скорость 4 м/с. Пройдя четверть окружности, тело приобрело скорость 3 м/с. Определите модуль изменения импульса тела (в кг·м/с).
8. Самолет массы  $10^4$  кг, двигаясь равномерно по окружности радиуса 1 км со скоростью 360 км/ч, пролетает  $1/6$  ее длины. Величина изменения импульса самолета при этом равна:
9. Два шарика массами 2 и 3 г движутся в горизонтальной плоскости со скоростями, равными соответственно 6 и 4 м/с. Направления движения шариков составляют друг с другом угол  $90^\circ$ . Чему равен суммарный импульс шариков?
10. Решить предыдущую задачу, если шарики движутся в одном направлении.
11. Решить предыдущую задачу, если шарики движутся в противоположных направлениях.
12. Решить предыдущую задачу, если шарики движутся под углом  $60^\circ$ .

1	2	3	4	5	6
30	$2 \cdot 10^7$	1; 2	16; 48; 16	2	14; 0
7	8	9	10	11	12
10	$10^6$	0,017	0,024	0	0,021

[www.renet.by](http://www.renet.by)

## 3.02. Импульс силы

**Импульс силы** – векторная физическая величина равная произведению силы на время ее действия. Обозначается  $F \cdot \Delta t$  (букву под эту величину почему-то не выделили). Измеряется в Н·с. Из второго закона Ньютона следует:

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow F \Delta t = mv - mv_0 \Rightarrow F \Delta t = p - p_0,$$

где  $F \Delta t$  – импульс силы,  $p$  и  $p_0$  – конечный и начальный импульс тела. То есть **изменение импульса тела равно импульсу результирующей силы** (это еще одна формулировка второго закона Ньютона). При решении задач на импульс силы зачастую решение задачи будет сводиться к нахождению изменения импульса тела.


**ПРИМЕР.** Стальной шарик массой 0,1 кг падает на горизонтальную плоскость с высоты 0,45 м и отскакивает после удара снова до высоты 0,2 м. Найдите среднюю силу давления шарика на плоскость при ударе, если его длительность 0,05 с.

Среднюю силу, действующую на шарик, можно выразить через изменение импульса

$$F_{\text{ср}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

В проекции на ось, направленную вертикально вверх,

$$(F_{\text{ср}})_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{mv_1 - (-mv_2)}{\Delta t} = \frac{mv_1 + mv_2}{\Delta t} = \frac{m(\sqrt{2gh_1} + \sqrt{2gh_2})}{\Delta t} = 10 \text{ Н.}$$

 Если вы подумали, что это и есть ответ, то вы ошиблись! Это неправильный ответ при абсолютно правильном решении!!!

Мы нашли пока только среднее значение **равнодействующей** силы, которая складывается из разности силы реакции плоскости и силы тяжести:  $F_{\text{ср}} = N_{\text{ср}} - mg$ , откуда  $N_{\text{ср}} = F_{\text{ср}} + mg = 11 \text{ Н}$ . Из 3-го закона Ньютона следует, что сила давления шарика на плоскость (вес) равна силе реакции плоскости. Другими словами, сначала мы находим силу удара. А чтобы найти силу **взаимодействия**

шарика и плоскости мы должны **добавить к силе удара силу тяжести**. Если в задаче просят найти просто силу удара, то силу тяжести  $mg$  прибавлять не надо. Так же мы не прибавляем силу тяжести, если шарик ударяется о вертикальную стенку.

**ПРИМЕР.** Какова средняя сила давления на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули 10 г, а скорость пули при вылете 300 м/с? Автомат делает 300 выстрелов в минуту.

Рассмотрим систему, состоящую из автомата и пули. Изменение импульса этой системы за произвольный интервал времени  $\Delta t$  равно импульсу внешней силы  $F$ , с которой плечо стрелка действует на автомат (равной силе давления автомата на плечо)

$$F\Delta t = \Delta N(mv - 0),$$

где  $\Delta N$  – число пуль, вылетевших за это время. Если мы разделим правую и левую часть уравнения на  $\Delta t$ , то в правой части мы получим отношение  $\frac{\Delta N}{\Delta t}$  которое равно скорострельности автомата

$$F\Delta t = \Delta N \cdot mv \Rightarrow F \frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot mv \Rightarrow F = n \cdot mv$$

где  $n$  – «скорострельность», то есть число пуль, вылетающих за секунду ( $n = 300 \text{ мин}^{-1} = 5 \text{ с}^{-1}$ ). Окончательно получаем:  $F = nmv = 15 \text{ Н}$ .

Если скорость тела постоянна (ускорение равно нулю), но изменяется масса тела, то возникает сила

$$\Delta p = v\Delta m \Rightarrow F_p \cdot \Delta t = v\Delta m \Rightarrow F_p = \frac{v\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow F_p = v \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Эта сила называется **реактивной**, то есть возникающей при потере части массы тела со скоростью  $v$ . Эта сила возникает, например, при движении ракеты. Ракета выбрасывает топливо массой  $m$  за время  $t$  со скоростью  $v$  в одну сторону, а сама движется в другую. Или находясь на льду Вы бросаете камень в одну сторону, при этом Вы будете катиться в другую.

**ПРИМЕР.** Огнетушитель массой  $M=2 \text{ кг}$  выбрасывает  $m=200 \text{ грамм пены}$  за одну секунду со скоростью  $20 \text{ м/с}$ . С какой силой надо держать огнетушитель во время его работы, чтобы огнетушитель оставался неподвижным, а выбрасываемая струя была горизонтальной?

При решении этой задачи важно понять, что на огнетушитель действуют всего две силы. В горизонтальном направлении на огнетушитель действует реактивная сила со стороны выбрасываемых газов:

$F_x = F_p = \mu v = \frac{m}{\Delta t} v$ , где  $m$  – масса газа, выбрасываемого со скоростью  $v$  за время  $\Delta t = 1 \text{ с}$ . В вертикальной плоскости на огнетушитель действует сила тяжести, равная  $F_y = Mg$ . Так как эти две силы взаимно перпендикулярны, то их результирующая будет равна

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(\frac{m}{\Delta t} v\right)^2 + (Mg)^2}$$

### Тест 3.02.02.

1. Шарик массой 100 г свободно упал на горизонтальную площадку, имея в момент удара скорость 10 м/с. Вычислить среднюю силу, действующую на шарик во время удара, если неупругий удар длился 0,05 с, а упругий 0,01 с.
2. Пловец, масса которого 100 кг, способен оттолкнуться от края бассейна с силой 2,5 кН. Какую скорость можно приобрести при таком толчке за 0,1 с?
3. Движение материальной точки описывается уравнением  $x=25-10t+2t^2$ . Масса точки 3 кг. Найдите импульс силы за первые 8 с ее движения.
4. Мяч массой 1,8 кг, движущийся со скоростью

7. Найти модуль средней силы, действующей на плечо охотника в процессе выстрела, если время движения дроби в стволе составляет 0,05 с, ее масса 40 г, а скорость при вылете из ружья равна 300 м/с.
8. Огнетушитель массой 1 кг выбрасывает 200 г пены за одну секунду со скоростью 40 м/с. С какой силой надо держать огнетушитель, что он оставался неподвижным, а выбрасываемая струя была горизонтальной?
9. Ракета массой 100 т начинает вертикальный подъем с поверхности Земли, выбрасывая за 0,1 с 150 кг продуктов сгорания топлива со скоростью 2000 м/с. Найдите ускорение ракеты в момент старта.
10. Мяч массой 100 г, летящий со скоростью 2 м/с, пойман налету. Какова средняя сила удара мяча о



6,5 м/с, под прямым углом ударяется в стенку и отскакивает от нее со скоростью 4,8 м/с. Чему равен импульс силы (в Н·с), действующий на мяч?

5. Платформу массой 12 кг в течение 1,5 с толкают с силой 7,9 Н, затем в течение 1,2 с – с силой 4,5 Н и, наконец, в течение 2 с – с силой 10 Н. Чему равно изменение скорости платформы (в м/с)?

6. Ракета испускает раскаленные газы со скоростью 2000 м/с относительно корабля. Чему равна сила тяги (в кН), если каждую секунду отбрасывается масса газов, равная 100 кг?

руку, если он остановился за 0,02 с?

11. Тело массой 10 г движется с постоянной скоростью 10 м/с. Определить модуль импульса силы, приложенной на короткое время к телу, если в конце ее действия тело движется со скоростью 10 м/с под углом 60° к первоначальному направлению.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20;	2,5	96	20,3	3	200	240	12,8	20	10	0,1
200										

### 3.03. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

При взаимодействии тел **импульс** одного тела может частично или полностью передаваться другому телу.

В замкнутой системе тел (на систему тел не действуют внешние силы со стороны других тел) векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

Этот фундаментальный закон природы называется **законом сохранения импульса**. Следствием его являются законы Ньютона. Второй закон Ньютона:  $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ . Если  $\vec{F} = 0$ , то

$$\vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0 = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const},$$

то есть если на тело или систему тел не действуют **внешние** силы или результирующая этих сил равна нулю, то **изменение импульса (а не сам импульс)** тоже равно нулю. То есть импульс тела (или суммарный импульс системы тел) не изменяется. Аналогично это можно применить для равенства нулю **проекции силы** на выбранную ось. Если

$$F_x = 0 \Rightarrow p_x = \text{const} \quad \text{или} \quad p_{1x} = p_{2x},$$

где  $p_{1x}$  – проекция импульса на ось OX в начальный момент времени,  $p_{2x}$  – в конечный.

**При этом сами импульсы могут меняться, а их сумма остается постоянной.**

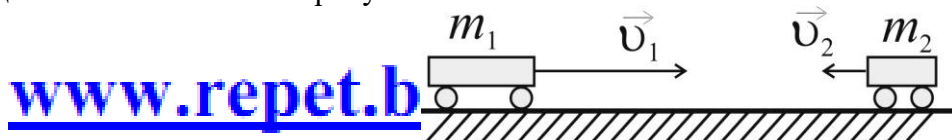
Для случая взаимодействия двух тел закон сохранения импульса часто записывают в виде:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2,$$

где  $m_1\vec{v}_1$  и  $m_1\vec{u}_1$  – импульс первого тела до и после взаимодействия,  $m_2\vec{v}_2$  и  $m_2\vec{u}_2$  – импульс второго тела до и после взаимодействия. Это равенство означает, что в результате взаимодействия двух тел их **суммарный импульс** не изменился. Мы не будем использовать векторную запись при решении задач, а будем сразу же переходить к скалярной.

**ПРИМЕР.** Тележка массой  $m_1 = 6$  кг движется навстречу тележке массой  $m_2 = 10$  кг. Определить скорость тележек после неупругого соударения, если скорость первой тележки до удара 4 м/с, второй тележки 2 м/с.

Сделаем пояснительный рисунок.

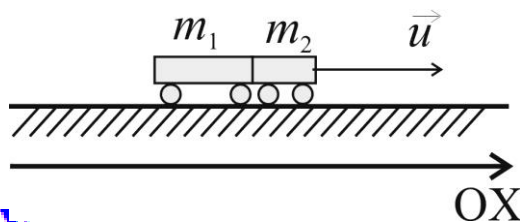


По условию задачи удар является неупругим. Это значит, что после удара тележки будут двигаться как одно целое. В каком направлении тележки продолжат движение? Есть два способа как это определить.

1. Решать задачу так, как будто обе тележки продолжают движение в направлении первоначального движения первой тележки. Если в ответе выскочит знак «-», значит, Вы ошиблись, и обе тележки будут двигаться в обратном направлении.

2. Импульс первой тележки до удара  $p_1 = m_1v_1 = 24$  кг·м/с. Импульс второй  $p_2 = m_2v_2 = 20$  кг·м/с. А теперь угадайте с трех раз какая тележка победит в столкновении. Именно этот способ я и рекомендую.

Делаем второй рисунок, на котором показываем дальнейшее движение тележек (если вы не поняли, то первая тележка победит, так как у нее импульс больше). Ось  $Ox$  направляем по ходу движения тележек после удара



Суммарный импульс системы двух тел до удара будет равен разности импульсов первого и второго тела. После удара тела двигаются как единое целое. В законе сохранения импульса знак равно обозначает момент удара. Закон сохранения импульса будет иметь следующий вид

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u.$$

У второго тела импульс до удара отрицательный, так как второе тело до удара двигалось **против** оси  $Ox$ . Обращаю Ваше внимание на то, что скорость тележек после удара удобнее обозначить другой буквой. Например,  $u$ . Это избавит Вас от путаницы со штрихованными скоростями.

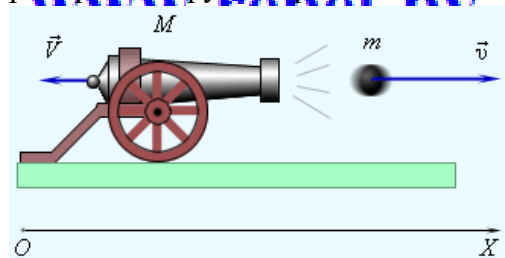
Теперь найдем скорость тележек после удара:  $u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ .

Таким образом, для того чтобы найти скорость тележек после неупругого удара нам совсем не обязательно знать какие силы действовали на тележки во время удара, как он происходил и много других подробностей. Нам достаточно знать импульсы тележек до удара и все!!! **В этом и есть замечательная особенность закона сохранения импульса.**

Так же примером нахождения скорости взаимодействующих тел, когда значения действующих сил неизвестны, может служить реактивное движение.

При стрельбе из орудия возникает **отдача**: снаряд двигается вперед, а орудие откатывается назад. Снаряд и орудие – два взаимодействующих тела. Скорость, которую приобретает орудие при отдаче, зависит только от скорости снаряда и отношения масс (см. рисунок). Начальный суммарный импульс системы снаряд–орудие будет равен нулю (до выстрела и орудие и снаряд покоятся). Если скорости орудия и снаряда обозначить через  $V$  и  $v$ , а их массы через  $M$  и  $m$ , то на основании закона сохранения импульса можно записать в проекциях на ось  $Ox$ :

$$0 = mv - MV.$$

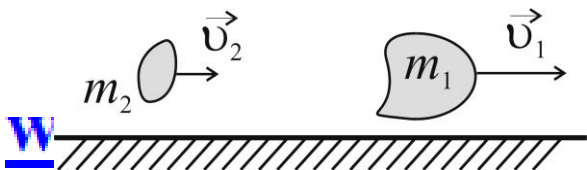
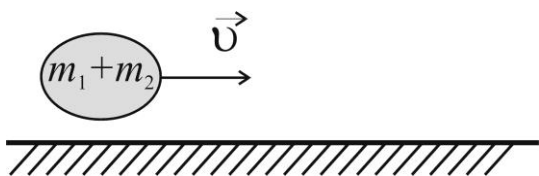


На принципе отдачи **основано реактивное движение**. В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью  $u$  относительно ракеты. Обозначим массу выброшенных газов через  $m$ , а массу ракеты после истечения газов через  $M$ . Тогда для замкнутой системы «ракета + газы» можно записать на основании закона сохранения импульса (по аналогии с задачей о выстреле из орудия):  $V = \frac{m}{M} u$ , где  $V$  – скорость ракеты после истечения газов. Здесь

предполагалось, что начальная скорость ракеты равнялась нулю. Полученная формула для скорости ракеты справедлива лишь при условии, что вся масса сгоревшего топлива выбрасывается из ракеты **одновременно**. На самом деле истечение происходит постепенно в течение всего времени ускоренного движения ракеты. Каждая последующая порция газа выбрасывается из ракеты, которая уже приобрела некоторую скорость.

**ПРИМЕР.** Конькобежец катил груженные сани по льду со скоростью 5 м/с, а затем толкнул их вперед и отпустил. С какой скоростью (в см/с) покатится конькобежец непосредственно после толчка, если скорость саней возросла до 8 м/с? Масса саней 90 кг, масса человека 60 кг. В ответе укажите модуль скорости.

Так как силы трения нет (движение происходит на льду), система «человек+сани» замкнутая. Направим ось  $x$  вдоль начальной скорости  $v$ , тогда и проекция конечной скорости саней будет положительной.




– в начале движения человек и тележка двигаются в одном направлении и представляют из себя одно целое

– конькобежец отпустил тележку. Теперь каждый предоставлен сам себе. У каждого своя скорость и свой импульс.

Направление скорости человека заранее неизвестно. И не надо пытаться его угадать: найдя конечную скорость человека  $v_2$ , мы определим и величину, и направление скорости. Закон сохранения импульса в проекции на ось  $x$  (направим ось  $Ox$  слева-направо):

$$(m_1 + m_2)v = m_1v_1 + m_2v_2, \text{ откуда } v_2 = \frac{(m_1 + m_2)v - m_1v_1}{m_2} = 0,5 \text{ м/с} = 50 \text{ см/с}.$$

Поскольку ответ положительный, то человек движется в прежнем направлении.

 При решении задач по этой теме **всегда** делайте пояснительный рисунок, на котором укажите взаимное расположение и скорости тел **до** и **после** удара. То есть у Вас должно быть **два** рисунка – до удара и после удара. Это существенно облегчит запись закона сохранения импульса и последующее решение.

### Тест 3.03.02.

1. Два неупругих тела, массы которых 2 и 6 кг, движутся навстречу друг другу со скоростями 2 м/с каждое. С какой скоростью и в каком направлении будут двигаться эти тела после удара?

2. Снаряд массой 9 кг в верхней точке траектории имеет скорость 10 м/с и разрывается на два куска с массами 3 и 6 кг. Скорость меньшего куска 16 м/с и направлена горизонтально в том же направлении, что и снаряд до разрыва. Скорость большего куска равна...?

3. Вагон массой 20 т, движущийся со скоростью 0,3 м/с, нагоняет вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 0,2 м/с. Какова скорость вагонов после взаимодействия (в см/с), если удар неупругий?

4. Охотник стреляет из ружья с движущейся лодки по направлению ее движения. С какой скоростью двигалась лодка (в см/с), если она остановилась после двух быстро следующих друг за другом выстрелов? Масса охотника с лодкой 200 кг, масса заряда 20 г. Скорость вылета дроби и пороховых газов 500 м/с.

5. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. На какое расстояние (в см) откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед 0,02?

6. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью 25 м/с. Найти скорость и направление движения меньшего осколка.

7. С лодки массой 200 кг, движущейся со скоростью 1 м/с, ныряет мальчик массой 50 кг, двигаясь в горизонтальном направлении. Какой станет скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает: с носа со скоростью 6 м/с?

8. Снаряд массой 50 кг, летящий горизонтально со скоростью 1000 м/с, попадает в платформу с песком массой 4950 кг и застревает в нем. Определить модуль скорости, с которой начнет двигаться платформа, если скорость снаряда направлена вдоль железнодорожного полотна.

9. Из катера массой 660 кг, движущегося со скоростью 15 м/с в направлении движения, произведен залп 10 снарядами массой по 6 кг каждый, вылетающими со скоростью 110 м/с в горизонтальном направлении. Чему равна скорость катера после выстрела?

10. Два шарика разной массы движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. После неупругого взаимодействия они стали двигаться со скоростью втрое меньшей первоначальной. Отношение масс шариков равно:

11. На вагонетку, массой 60 кг, движущуюся по рельсам со скоростью 6 м/с, запрыгивает мальчик массой 40 кг со скоростью 8 м/с перпендикулярно направлению движения вагонетки. Чему равна скорость вагонетки с мальчиком?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1, в сторону тела большей массы	7	24	10	30	12,5	0,25	10	5,5	2	3,6